

No.7 素数と素因数分解

素数 / 素因数分解

目標

- ① 素数の意味を理解し、素数を見つけられるようになる。
- ② 自然数を素因数分解できるようになる。

① 素数

12 は 1×12 、 2×6 、 3×4 というような掛け方で表せるよね。

でも 7 はどうだろう？ 1×7 しかない。こういう特別な数を **素数** というんだ！

素数（そすう）

1 より大きい自然数で、1 とその数自身でしか割り切れない 数のこと。

例：2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, …

注意！1 は素数ではない

「1 とその数自身の 2 つ で割り切れる」がポイント。

1 は「1 とその数自身」が同じ数（どちらも 1）なので、素数に含めないよ。

2 は唯一の **偶数の素数** だよ。2 以外の偶数は 2 で割り切れるから、素数じゃないね。

素数かどうかの見分け方

6：1, 2, 3, 6 で割り切れる → 1 と自身以外にも約数あり → **素数じゃない**

11：1 と 11 でしか割り切れない → **素数！**

15：1, 3, 5, 15 で割り切れる → 1 と自身以外にも約数あり → **素数じゃない**

23：1 と 23 でしか割り切れない → **素数！**

コツ：小さい素数（2, 3, 5, 7）で順番に割ってみよう。どれでも割り切れなければ素数だよ！

問 1 次の数から、素数をすべて選ぼう。

1

2

9

11

15

17

21

23

27

29

問 2 1～30 の表から、素数を見つけよう（エラトステネスのふるい）。

手順：① 1を消す → ② 2を残して2の倍数を消す → ③ 3を残して3の倍数を消す → ④ 5を残して5の倍数を消す →
残った数が素数！

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

1～30 の素数：

② 素因数分解

自然数を素数だけのかけ算で表すことを **素因数分解** というよ。

たとえば $12 = 2 \times 2 \times 3$ のように、素数のかけ算に「分解」するんだ。

素因数分解（そいんすうぶんかい）

自然数を **素数だけの積（かけ算）** で表すこと。

このとき使われる素数を **素因数** という。

例： $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$ （素因数は 2 と 3）

素因数分解のやり方 — 小さい素数から順に割っていく

60 を素因数分解

$$\begin{array}{r|l} 2 & 60 \\ \hline 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

84 を素因数分解

$$\begin{array}{r|l} 2 & 84 \\ \hline 2 & 42 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

素因数分解の手順

- ① 小さい素数（2, 3, 5, 7, …）から順に割っていく
- ② 割り切れたら、商をさらに割る
- ③ 商が 1 になったら終了！
- ④ 使った素数をすべてかけ算で書く（同じ素数は累乗にまとめる）

問 3 次の数を素因数分解しよう。

(1) $18 =$

(2) $36 =$

(3) $45 =$

(4) $56 =$

(5) $72 =$

(6) $100 =$

(7) $120 =$

(8) $150 =$

問 4 次の問いに答えよう。

- (1) 2つの自然数 12 と 18 をそれぞれ素因数分解しなさい。

- (2) 42 を素因数分解して、42 の約数をすべて求めなさい。

ヒント：42 = $2 \times 3 \times 7$ だから、約数は素因数の組み合わせからつくれるよ

- (3) ある自然数を素因数分解すると $2^3 \times 5$ になった。この自然数はいくつか。

問 5 次の問いに答えよう。

- (1) 90 にできるだけ小さい自然数をかけて、ある自然数の 2 乗にしたい。
何をかければよいか。

ヒント：まず 90 を素因数分解してみよう。2 乗にするには、すべての素因数の指数を偶数にしたいね。

- (2) 2 けたの自然数で最も大きい素数を見つけなさい。

まとめ

素数 = 1 より大きい自然数で、1 とその数自身でしか割り切れない数

1 は素数ではない。2 は唯一の偶数の素数

素因数分解 = 自然数を素数だけのかけ算で表すこと

素因数分解の手順：小さい素数から順に割っていき、商が 1 になるまで続ける

同じ素因数は累乗を使ってまとめる（例： $2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$ ）