

数学 I 第 1 章 数と式 No. 10

学習のねらい

絶対値を含む方程式を解けるようになろう！

1. 絶対値を含む方程式(右辺に x が無い ver.)

絶対値を外す方法は、

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

である。では、以下の場合どのように処理するか。

例) 方程式 $|x + 3| = 4$ を解け。

$x + 3 \geq 0$ と、 $x + 3 < 0$ で **場合分け** が必要ということだ。

(i) $x + 3 \geq 0$ つまり、 $x \geq -3$ のとき

$x + 3 = 4 \quad \therefore x = 1$ これは、 $x \geq -3$ を満たす。

(ii) $x + 3 < 0$ つまり、 $x < -3$ のとき

$-(x + 3) = 4 \quad \therefore x = -7$ これは、 $x < -3$ を満たす。

よって、 $x = 1, -7$

「〇〇のとき」とした条件を、出てきた解が満たしているのかを確認することが大切である。

しかし、もっと早く解く方法もある。

例) 方程式 $|x + 3| = 4$ を解け。

$$x + 3 = \pm 4 \text{ なので、} x = 1, -7$$

これだけ。簡単でしょ。ただ、↓この ver.だとこの方法は使えない。

2. 絶対値を含む方程式(右辺に x が有る ver.)

この場合は、場合分けをして解くしか方法がない。

例) 方程式 $|x + 2| = 3x$ を解け。

仮に、 \pm で解こうとすると、 $x + 2 = \pm 3x$ なので、 $x = 1, -\frac{1}{2}$ となる。

しかしよく見てほしい。 $x = -\frac{1}{2}$ のときは、与式を満たさない!!!

(i) $x + 2 \geq 0$ つまり、 $x \geq -2$ のとき

$x + 2 = 3x \quad \therefore x = 1$ これは、 $x \geq -2$ を満たす。

(ii) $x + 2 < 0$ つまり、 $x < -2$ のとき

$-(x + 2) = 3x \quad \therefore x = -\frac{1}{2}$ これは、 $x < -2$ を満たさない。

よって、 $x = 1$

このように、右辺に x があるか無いかで解き方が変わる。

◇問題

1. 次の方程式を解け。

$$(1)|x - 1| = 2 \quad (2)|x + 5| = 3 \quad (3)|x + 4| = 5x$$

$$(4)2|x - 1| = 3x \quad (5)|2x + 1| = x + 4$$