

数学 I 第 1 章 数と式 No. 11

学習のねらい

絶対値を含む不等式を解けるようになるろう！

1. 絶対値を含む不等式(右辺に x が無い ver.)

絶対値を外すという考え方は、絶対値を含む方程式と変わらない。

例) 不等式 $|x + 3| < 4$ を解け。

(i) $x + 3 \geq 0$ つまり、 $x \geq -3$ のとき

$$x + 3 < 4 \quad \therefore x < 1 \quad \text{これと、} x \geq -3 \text{ を合わせて } -3 \leq x < 1$$

(ii) $x + 3 < 0$ つまり、 $x < -3$ のとき

$$-(x + 3) < 4 \quad \therefore x > -7$$

これと、 $x < -3$ を合わせて $-7 < x < -3$ 。

よって、(i)(ii) を合わせると、 $-7 < x < 1$

しかし、これにも早い解き方があって、 $|x + 3| < 4$ はつまり、 $-4 < x + 3 < 4$ だから、 $-7 < x < 1$ である、と。早いでしょ。まとめておく。

c が正の定数のとき	方程式 $ x = c$ の解は	$x = \pm c$
	不等式 $ x < c$ の解は	$-c < x < c$
	不等式 $ x > c$ の解は	$x < -c, c < x$

2. 絶対値を含む不等式(右辺に x が有る ver.)

ただお察しの通り、この公式は右辺が正の定数のときのみ使える。そのため、右辺に変数がある場合は、そのまま使うことはできない。

例) 不等式 $|x + 1| < x$ を解け。

実際にやってみると、 $-x < x + 1 < x$ となり、 $-\frac{1}{2} < x$ かつ $1 < 0$ となる。 $1 < 0$ が出てきた時点で矛盾が起きている。

ということで場合分けしてみよう。

(i) $x + 1 \geq 0$ つまり、 $x \geq -1$ のとき

$$x + 1 < x \quad \therefore \text{これを満たす実数は存在しない。}$$

(ii) $x + 1 < 0$ つまり、 $x < -1$ のとき

$$-(x + 1) < x \quad \therefore x > -\frac{1}{2}$$

これと、 $x < -1$ を合わせると、これを満たす実数は存在しない。よって、(i)(ii) より、与式を満たす実数は存在しない。

このように、公式は右辺が定数のときのみ使える。右辺に変数が含まれる場合は、場合分けをして絶対値を外すことが重要である。

これにて第 1 章 数と式は完結！！！！

第 2 章も頑張ってください！！！！



◇問題

1. 次の不等式を解け。

$$(1)|x - 2| < 4 \quad (2)|x + 3| \geq 5 \quad (3)|x - 4| < 3x$$