

# 数学 I 第 1 章 数と式 No.2

## 学習のねらい

中学校で習った展開・因数分解の式を思い出し、高校で習う展開・因数分解の式を理解して覚えよう！

### 1. 中学で習った展開・因数分解の公式

下記公式は、中学で習った展開・因数分解の式である。左から右の計算が展開、右から左の計算が因数分解である。

$$\begin{aligned} ①(a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ ②(a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ ③(a+b)(a-b) &= a^2 - b^2 \\ ④(x+a)(x+b) &= x^2 + (a+b)x + ab \end{aligned}$$

### 2. 高校で習う展開の公式

式の展開では、分配法則を使うのが基本である。そこで $(a+b+c)^2$ を展開してみよう。

$$\begin{aligned} (a+b+c)^2 &= (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca \end{aligned}$$

因数分解は練習あるのみ！  
とにかく解いて解いて解きまくる！



下記公式は先ほどと同様に、左から右の計算が展開、右から左の計算が因数分解である。

$$\begin{aligned} ①(a+b+c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca \\ ②(a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ ③(a-b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ ④(ax+b)(cx+d) &= acx^2 + (ad+bc)x + bd \end{aligned}$$

(④の因数分解については次回 No.3 で扱う。)

### 3. 高校で習う因数分解の公式

$$\begin{aligned} ①a^3 + b^3 &= (a+b)(a^2 - ab + b^2) \\ ②a^3 - b^3 &= (a-b)(a^2 + ab + b^2) \\ ③a^3 + b^3 + c^3 - 3abc &= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \end{aligned}$$

### 4. 式の特徴に着目した因数分解

式を因数分解するとき、式の形の特徴に着目して変形を行うと、因数分解の公式が利用できる場合がある。

例)  $x^2 - y^2 - 2y - 1$ を因数分解せよ。

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 - 2y - 1 &= x^2 - (y^2 + 2y + 1) \\ &= x^2 - (y+1)^2 \\ &= \{x + (y+1)\}\{x - (y+1)\} \\ &= (x+y+1)(x-y-1) \end{aligned}$$

← $y+1 = A$ とすると  
 $x^2 - A^2$ となる！

## ◇問題

1. 次の式を展開せよ。

$$(1) (a - 2b + c)^2 \quad (2) (x - 4)^3 \quad (3) (3a + b)^3$$

2. 次の式を展開せよ。

$$(1) (x + y - z)(x - y + z) \quad (2) (x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x + 5) \\ (3) (a - b)(a^2 + b^2)(a + b) \quad (4) (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)$$

3. 次の式を因数分解せよ。

$$(1) x^3 + 64 \quad (2) x^4 - 10x^2 + 9 \quad (3) 9b^2 + 3ab - 2a - 4$$