

# 数学 I 第 1 章 数と式 No.5

## 学習のねらい

絶対値を理解し扱えるようになろう！また、絶対値と平方根との関係、分母の有理化について理解しよう！

### 1. 絶対値

数直線上で、原点 O と点 P(a) の距離を a の **絶対値** といい、 $|a|$  で表す。なお、0 の絶対値は  $|0| = 0$  である。他にも、例えば  $|5| = 5$ 、 $|-2| = 2$  となる。また、

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

である。

例)  $|-5| = -(-5) = 5$

### 2. 平方根

中学生でも学習した **平方根**。平方根とは、2乗すると中身の数になる数のことで、 $\sqrt{a}$  のように表す。また、

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

である。

例)  $\sqrt{(-5)^2} (= \sqrt{25} = 5) = -(-5) = 5$

### 3. 絶対値と平方根の関係

1 と 2 を合わせると、

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

となる。

### 4. 分母の有理化

中学で、 $\frac{1}{\sqrt{2}}$  の有理化はできるようになった。分母と分子に同じものを掛け算することがポイントだ。では、次の例の時、どのように有理化をしようか。

例)  $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$  に対し、分母の有理化をせよ。

このような時は、 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$  を使い、有理化する。

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{1}{\sqrt{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}^2-1^2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \sqrt{2}-1$$

$\sqrt{a^2} = |a|$  は超絶大事なので覚えて欲しい！  
分母の有理化も絶対にできるようになって欲しい！



絶対値については、No.10、11 でもう一度扱う。

## ◇問題

1. 次の値を求めよ。

$$(1)|8| \quad (2)\left|-\frac{2}{3}\right| \quad (3)|3-\pi|$$

2. 次のそれぞれの場合に、 $A = |a-3| + |a+1|$ を簡単にせよ。

$$(1)a \geq 3 \quad (2)-1 \leq a < 3 \quad (3)a < -1$$

3.  $\sqrt{a^2b^2}$ を根号がつかない形にせよ。ただし $a > 0$ 、 $b < 0$ である。

4. 次の式を、分母を有理化して簡単にせよ。

$$(1)\frac{4}{3\sqrt{6}} \quad (2)\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} \quad (3)\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+1} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

5.  $\frac{2}{\sqrt{6}-2}$ の整数部分を $a$ 、小数部分を $b$ とする。

(1) $a$ 、 $b$ の値を求めよ。(2) $a^2 + ab$ の値を求めよ。