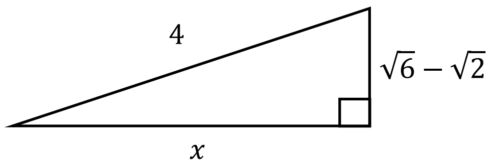
数学Ⅰ　第１章　数と式　No.6

学習のねらい

２重根号の処理の仕方をマスターしよう！

$\sqrt{\ }$の中に$\sqrt{\ }$が入る、いわゆる２重根号と呼ばれる形の処理について扱っていく。

例）右図の直角三角形において、
　xの値を求めよ。



三平方の定理より、$x^2 = 4^2 - (\sqrt{6}-\sqrt{2})^2 = 8 + 4\sqrt{3}$となる。よって、$x > 0$より、$x = \sqrt{8+4\sqrt{3}}$となる。

さて、このような２重根号が出てきてしまった場合、結局xがどのくらいの値なのかが分かりにくい。また、共通テストなどだと、２重根号を解消した形で解答する必要もある。

ではどのように解消するのか？例を用いて考えていく。

例えば、$\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2 = 5 + 2\sqrt{6}$である。両辺の正の平方根を考える。

すると、$\sqrt{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{5+2\sqrt{6}}$となる。左辺は、$\sqrt{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2} = \left|\sqrt{2}+\sqrt{3}\right| = \sqrt{2}+\sqrt{3}$となるので、$\sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{2}+\sqrt{3}$である。

これをa、bでやると以下のことが分かる。

$a > b > 0$とする。$a + b = A$、$ab = B$となる組み合わせを見つければ、$\sqrt{A+2\sqrt{B}} = \sqrt{a}+\sqrt{b}$と変形できる。

以上のことをまとめると、２重根号は以下のステップで外すことができる。

Step.１

$\sqrt{A \pm 2\sqrt{B}}$の２重根号を外すとき、$a + b = A$、$ab = B$、$a > b > 0$を満たすa、bの組み合わせを見つける。

Step.２

$\sqrt{A \pm 2\sqrt{B}} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$と変形して完成！

ポイントはいっぱいあるから、
問題を解いて慣れていこう！

◊問題

1.　次の式の 2 重根号をはずして簡単にせよ。

(1) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$　(2) $\sqrt{8-2\sqrt{15}}$　(3) $\sqrt{8+4\sqrt{3}}$　(4) $\sqrt{6+\sqrt{35}}$