

数学 I 第 2 章 集合と命題 No.3

学習のねらい

“命題”を理解し、十分条件・必要条件を判定できるようになろう！

1. 命題と真偽

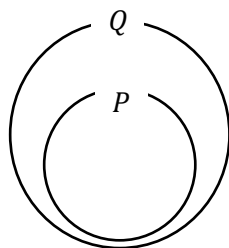
正しいか正しくないかが明確に決まる文や式のことを命題という。

- | | |
|---------------|-----------|
| 例) Aさんは日本人である | →これは命題である |
| Bさんは背が大きい | →これは命題でない |
| 3は1より大きい | →これは命題である |
| 1は3より大きい | →これは命題である |

命題が正しいとき、その命題は真であるという。命題が正しくないとき、その命題は偽であるという。

- | | |
|-------------|--------------|
| 例) 3は1より大きい | これは正しいので真 |
| 1は3より大きい | これは間違っているので偽 |

一般的に命題は、「 p ならば q 」と書かれることが多い。命題「 p ならば q 」を「 $p \Rightarrow q$ 」とも書く。このとき p を仮定、 q を結論という。また、 $p \Rightarrow q$ が真のとき、 $P \subset Q$ という包含関係が成り立っているということである。



また、反例が挙げられるときは、命題 $p \Rightarrow q$ が偽である。また、 $p \Rightarrow q$ と、 $q \Rightarrow p$ が成り立つとき、まとめて $p \Leftrightarrow q$ と書き、 p と q は同値であるという。

- 例) 命題 $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$ には反例 $x = -3$ がある。よってこの命題は偽。

2. 十分条件・必要条件

2つの条件 p 、 q について、命題 $p \Rightarrow q$ が真であるとき、 p は q であるための十分条件である、 q は p であるための必要条件であるという。

- 例) 命題 $x = 3 \Rightarrow x^2 = 9$ は真である。
 $x = 3$ は $x^2 = 9$ であるための十分条件であり、
 $x^2 = 9$ は $x = 3$ であるための必要条件である。

また、 $p \Rightarrow q$ も $q \Rightarrow p$ も成り立つとき、 p は q であるための必要十分条件であるという。

といっても、分かりにくいので、真になる命題 $p \Rightarrow q$ に対し、

$p \Rightarrow q$
十分に必要

と、覚えていただければ良い。矢印の方向に、「十分に必要」と唱えるだけで、どちらが十分条件で、どちらが必要条件かが、分かる。十分条件・必要条件は、No.3 捕捉プリントでまた詳しく解説する。

◇問題

1. x は実数とする。このとき、次の空欄の中に適切なものを、下の①～③のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでも良い。

①必要十分条件である

①必要条件であるが、十分条件でない

②十分条件であるが、必要条件でない

③必要条件でも十分条件でもない

(1) $x = 2$ は $x^2 = 2x$ であるための 。

(2) $x > 0$ は $x \neq 1$ であるための 。

(3) 2つの三角形の面積が等しいことは、2つの三角形が合同であるための 。

(4) $\triangle ABC$ において、 $AB^2 + BC^2 = CA^2$ であることは、 $\triangle ABC$ が $\angle B = 90^\circ$ の直角三角形であるための 。