

数学 I 第 2 章 集合と命題 No.5

学習のねらい

背理法を理解し、証明をできるようになろう！

背理法とは、証明の一つの方法である。まず例を見て欲しい。

例) $\sqrt{2}$ が無理数であることを証明せよ。

$\sqrt{2}$ が有理数であると仮定すると、2つの整数 p 、 q を使って、 $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ と

表せる。(ただし、 p 、 q は互いに素な数とする。)

よって、 $p = \sqrt{2}q$ となる。

両辺を二乗して、 $p^2 = 2q^2$ 。

よって、 p^2 は2の倍数である。ゆえに p は2の倍数である。…①

よって、 $p = 2x$ (x は整数)とできる。

これを代入して、 $4x^2 = 2q^2$ 。ゆえに $2x^2 = q^2$ 。

よって、 q^2 は2の倍数である。ゆえに q は2の倍数である。…②

①、②より p と q は2の倍数である。しかし、 p と q は互いに素であるため、これは矛盾である。

よって、 $\sqrt{2}$ は無理数。

注) 互いに素とは、2つの整数が1以外の共通の約数を持たない状態のことを言う。

このように、直接証明することが難しい場合、否定を考え、矛盾が発生することを言えば良い。このような証明の仕方を背理法という。

Topic—国立大学と私立大学

国立大学と私立大学って何が違うのだろう。やっぱりお金？まあ、イメージだとそうだよ。学費が全然違うっていうのは、その通り。

他にも、あって、例えば、受験するときを受ける科目数が違う。一般的に、国立大学は、共通テストを受けなければならないので、国・数・理・社・英・情の6教科を受けなければならない。そして各大学で行われる2次試験を受けて合格か不合格かが決まる。

一方で、私立大学は、理系なら数・英・理、文系なら国・英・社、の3教科を受ければ良いという場合がほとんど。(なんなら、もっと少ない科目数で良いところもある。)

自分が、国立を最終ゴールするのなら、学校で受ける全ての科目に力を入れて欲しいし、私立なら、受験する科目を全て強くして欲しいなと思う。

これにて、第2章 集合と命題は終わり！

次は2次関数です！

さてさて……。難くなるよ……。

頑張ろうね。



◇問題

1. 円周率 π が無理数であることを用いて、次の命題を証明せよ。
 $\sqrt{\pi}$ は無理数である。

2. $\sqrt{3}$ は無理数であることを証明せよ。ただし次の命題が成り立つことを用いて良いものとする。
「 n を整数とすると、 n^2 が3の倍数ならば、 n は3の倍数である。」