数学Ⅰ　第３章　２次関数　No.２

学習のねらい

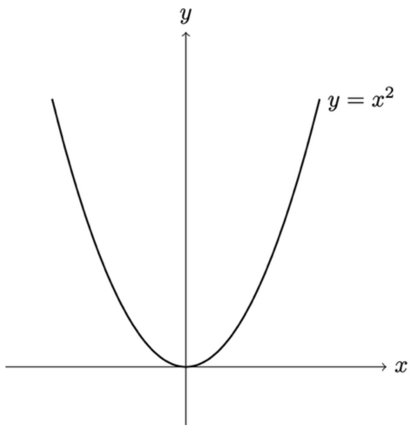
２次関数を思い出し、点の平行移動について理解しよう！

1. $y=ax^2$ のグラフ

中学で習った$y=ax^2$を復習しよう。放物線と呼ばれる右のような曲線だ。

しかし、これは必ず原点を通っていた。つまり、２次関数と呼ばれるものの一部であったのだ。高校からは、原点を通らない放物線を考える。

以降、$y=ax^2$も２次関数と呼ぶ。



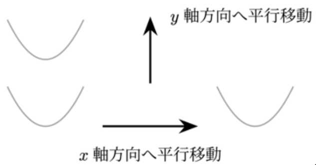
2. 平行移動

$y=ax^2+bx+c$（a、b、cは与えられた定数で、$a \neq 0$）で表される関数を**２次関数**という。また、平面上で、図形上の各点を一定の向きに、一定の距離だけ動かすことを**平行移動**という。$y=ax^2+bx+c$のグラフは$y=ax^2$を平行移動したものになる。では平行移動はどうやるのか？

平行移動をするときは、以下の通りに式を書き換える。

x軸方向へpだけ平行移動：$x \to x-p$

y軸方向へqだけ平行移動：$y \to y-p$



例えば、２次関数$y=2x^2$について、x軸に$+3$、y軸に$+2$平行移動させたいならば、

$$x\text{軸方向に}+3\text{平行移動：}y=2(x-3)^2$$
$$y\text{軸方向に}+2\text{平行移動：}y-2=2x^2$$

となり、これを合体して、

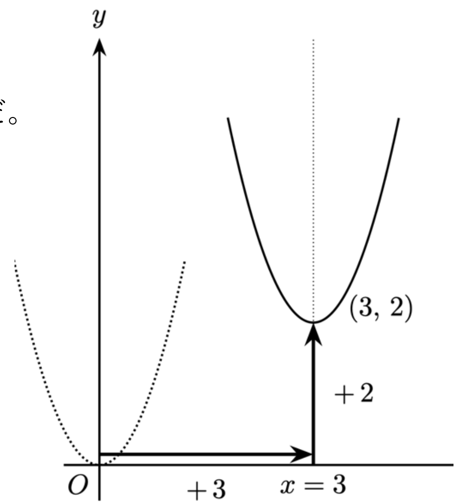
$$x\text{軸方向に}+3\text{平行移動、}y\text{軸方向に}+2\text{平行移動：}y-2=2(x-3)^2$$

つまり、$y=2(x-3)^2+2$となる。$y=2(x-3)^2+2$は、整理すると、$y=2x^2-12x+20$となり、$y=ax^2+bx+c$の形になることがわかる。

何が起きたのかをグラフを使って確認すると、「点線のグラフが実線のグラフに平行移動した」ということだ。

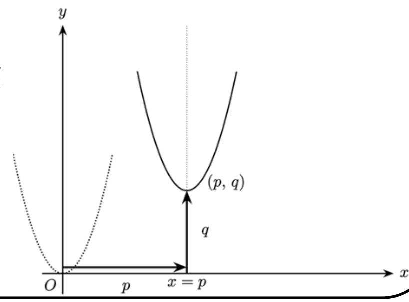
放物線の頂点は$(3,2)$となる。また、y軸に平行で放物線の頂点を通る直線を放物線の**軸**という（点線）。つまり軸の方程式は$x=3$である。

これらを一般化しておこう。



２次関数$y=a(x-p)^2+q$のグラフは、$y=ax^2$のグラフをx軸方向にp、y軸方向にqだけ平行移動した放物線である。

$$\begin{cases}\text{頂点の座標は}(p,q)\\ \text{軸の方程式は}x=p\end{cases}$$



◊問題

1.　次の 2 次関数のグラフは、2 次関数$y=-x^2$のグラフをそれぞれどのように平行移動したものか答えよ。また、それぞれのグラフをかき、その軸と頂点を求めよ。

（1）$y=-x^2+1$　（2）$y=-(x+3)^2$　（3）$y=-(x-4)^2+2$