数学Ⅰ　第３章　２次関数　No.４

学習のねらい

対称移動について理解しよう！

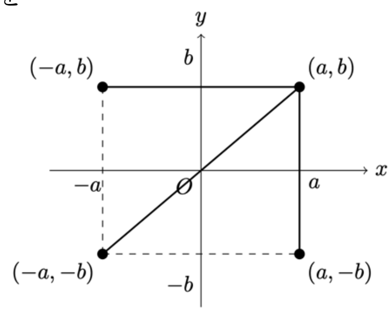
２次関数の３パターンの表し方についてポイントを押さえよう！

1.対称移動

２次関数のグラフを平行移動する方法を No.2 で学習した。

そして、今回は、移動の中でも対称移動を扱う。対称移動は３種類ある。

点(a,b)はそれぞれ次の点に移る。
x軸に関する対称移動：$(a,-b)$
y軸に関する対称移動：$(-a,b)$
原点に関する対称移動：$(-a,-b)$



対称移動は頂点に着目すれば覚えることは何もない！例題を通してやってみよう。

例）２次関数$y=-x^2+4x-1$のグラフを(1) x軸　(2) y軸　(3) 原点のそれぞれに関して対称移動した曲線をグラフにもつ２次関数を求めよ。

平方完成すると$y=-(x-2)^2+3$となる。頂点は$(2,\ 3)$である。

(1) x軸に関して対称移動させると、凸の上下が変わる。つまり、$-x^2$の係数のプラスマイナスが変わる。また、頂点は、$(2,-3)$になる。よって、$y=(x-2)^2-3$。これを展開して、$y=x^2-4x-1$。

(2) y軸に関して対称移動させると、凸の上下は変わらない。つまり、$-x^2$の係数のプラスマイナスが変わらない。また、頂点は、$(-2,3)$になる。よって、$y=-(x+2)^2+3$。これを展開して、$y=-x^2-4x-1$。

(3) 原点に関して対称移動させると、凸の上下が変わる。つまり、$-x^2$の係数のプラスマイナスが変わる。また、頂点は、$(-2,-3)$になる。よって、$y=(x+2)^2-3$。これを展開して、$y=x^2+4x+1$。

ちなみに元の式と比べると以下が分かる。

x軸対称→yを$-y$に書き換える。y軸対称→xを$-x$に書き換える。
原点対称→yを$-y$に、xを$-x$に書き換える。

2.2次関数の表し方

ここまでで、$y=a(x-p)^2+q$と$y=ax^2+bx+c$の形を学んだ。しかし、もう一つあって、$y=a(x-\alpha)(x-\beta)$の形を考えることもある。例えば、$y=2(x-1)(x-3)$は展開すると、$y=2x^2-8x+6$。しかし、$y=2(x-1)(x-3)$は、$y=0$のとき、$0=2(x-1)(x-3)$。右辺は因数分解されているので、$x=1$、3とわかる。つまり、$(1,0)$、$(3,0)$を通る放物線であることが分かる！！

それぞれに良い使い方があるので、問題を通して確認しよう！

◊問題

1.　2 次関数$y=-x^2+2x+1$のグラフを(1) x軸　(2) y軸　(3) 原点のそれぞれに関して対称移動した曲線をグラフにもつ 2 次関数を求めよ。

2.　次の条件を満たす放物線をグラフにもつ 2 次関数を求めよ。

(1) 頂点が$(1,2)$で、点$(3,6)$を通る。

(2) 軸が直線$x=-1$で、2 点$(1,3)$、$(-2,-3)$を通る。

(3) 3 点$(1,-2)$、$(-2,-5)$、$(3,10)$を通る。

(4) x軸と 2 点$(-1,0)$、$(3,0)$で交わり、点$(2,-6)$を通る。