

# 数学 I 第 4 章 図形と計量 No.2

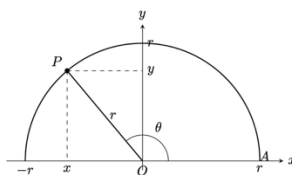
## 学習のねらい

- 三角比の拡張について理解しよう！
- 三角比の変換について理解しよう！
- 三角比の基本公式を理解して覚えよう！

### 1. 三角比の拡張

三角比を No.1 で定義した。しかし、問題点がある。150°などのように90°を超える角度の三角比が定義できない。なので、座標平面を用いて改めて定義し直そう。数学 I では0°以上180°以下の角までを扱う。

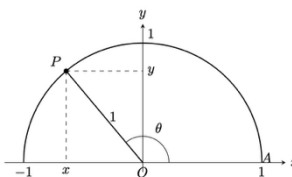
$\theta$  を  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  の与えられた角とする。座標平面上に、右の図のように、原点  $O$  を中心とする半径  $r$  の半円をかき、 $A(r, 0)$  とする。半円周上に  $\angle AOP = \theta$  となる点  $P(x, y)$  をとる。このとき、 $\sin \theta = \frac{y}{r}$ 、 $\cos \theta = \frac{x}{r}$ 、 $\tan \theta = \frac{y}{x}$  と定義する。



しかし、これでもまだ面倒くさいと思ってしまう。 $\frac{y}{r}$  とかが分数だから・・・なので、 $r = 1$  としてみよう。

まず、このような半径の大きさが1の円のことを **単位円** という。

先ほどと同じようにして、 $\sin \theta = y$ 、 $\cos \theta = x$ 、 $\tan \theta = \frac{y}{x}$  となる。これをまとめる。



単位円周上の  $x$  座標が  $\cos \theta$ 、 $y$  座標が  $\sin \theta$ 、傾きが  $\tan \theta$  である。

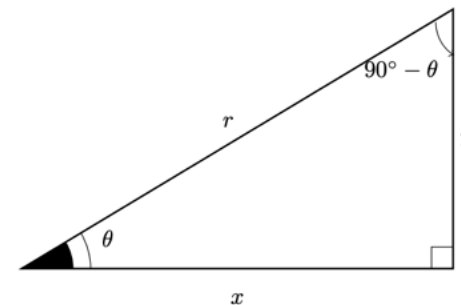
### 2. 三角比の変換

$90^\circ - \theta$  や  $180^\circ - \theta$  の三角比を求める場面がある。公式を覚える必要はない。仕組みを理解して、その場で導出できるようにしよう。よって、

$$\sin(90^\circ - \theta) = \frac{x}{r} = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ - \theta) = \frac{y}{r} = \sin \theta$$

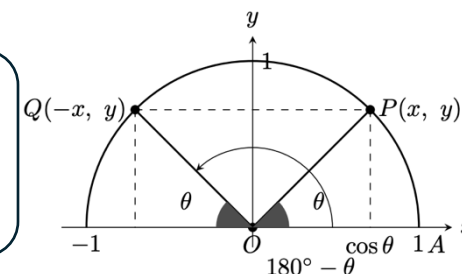
$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{x}{y} = \frac{1}{\frac{y}{x}} = \frac{1}{\tan \theta}$$



$$\sin(180^\circ - \theta) = y = \sin \theta$$

$$\cos(180^\circ - \theta) = -x = -\cos \theta$$

$$\tan(180^\circ - \theta) = \text{OQ の傾き} = -\tan \theta$$



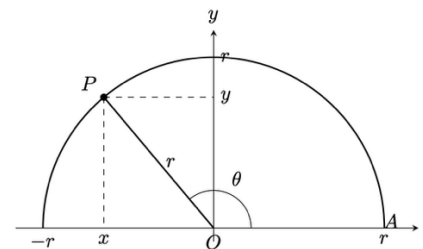
### 3. 三角比の基本公式

下の図のような半円において、 $P(x, y)$  をとると、以下を導出できる。

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$



## ◇問題

1. 単位円を用いて、以下の表を完成させよ。

$\theta$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$135^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
$\sin \theta$									
$\cos \theta$									
$\tan \theta$									

2. (1)は $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ とし、(2)は $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。

(1)  $\tan \theta = 3$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ の値を求めよ。

(2)  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ のとき、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ の値を求めよ。

3.  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ( $0^\circ < \theta < 180^\circ$ )のとき、次の式の値を求めよ。

(1)  $\sin \theta \cos \theta$  (2)  $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$

(3)  $\sin \theta - \cos \theta$  (4)  $\tan \theta - \frac{1}{\tan \theta}$