

数学 I 第 4 章 図形と計量 No.3

学習のねらい

三角比が絡んだ方程式・不等式を解けるようになろう！

1. 三角比の方程式

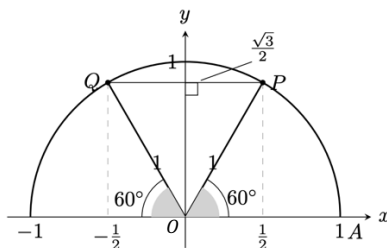
三角比には慣れてきたかな？今回は、逆の計算をしてみよう。「角度→三角比」ではなく、「三角比→角度」ということ。

例) $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき、 θ の値を求めよ。ただし $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。

右の図のように、単位円周上で y 座標が $\frac{\sqrt{3}}{2}$ となる点は P と Q の 2 箇所である。

半径は 1 なので、斜辺の長さは 1。そして、高さが $\frac{\sqrt{3}}{2}$ であるから、有名な $1:2:\sqrt{3}$ の三角形である。求める角度は、 $\angle AOP$ と $\angle AOQ$ であるから、 $\theta = 60^\circ, 120^\circ$

大切なのは、単位円を書くこと。慣れてくると、書かなくてもできるようになるが、初めのうちは単位円を書いて問題を解けるようにしよう！

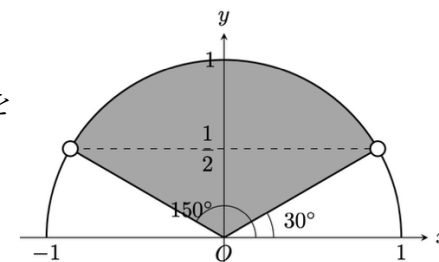


2. 三角比の不等式

例) $\sin \theta > \frac{1}{2}$ のとき、 θ の値の範囲を求めよ。ただし $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。

これも単位円を使うと簡単に解ける。

右の図を見れば分かる通り、 y 座標が $\frac{1}{2}$ を超える角度は、 $30^\circ < \theta < 150^\circ$ である。よって、答えは、 $30^\circ < \theta < 150^\circ$



何も難しいことはしていない。単位円を書いて、それを超える角度は幾つだろう？と考えるだけである。ぜひ◇問題で慣れて欲しい。

Topic—三角比と GPS

三角比も実は日常でたくさん使われている。例えば、GPS で現在地を特定する機能(イメージは iPhone の探す機能)。どうやって現在地を特定していると思う？実は、ここに三角比が絡んでくる。

GPS では、人工衛星から送られてくる信号をもとに、「衛星からどれくらい離れているか」を計算している。そして、複数の衛星から得られた情報を組み合わせることで、現在地を求めている。

位置や距離、方向を考える場面では、三角形や角度の考え方が使われる。三角比は、そうした技術を理解するための土台になる数学なのだ。

◇問題

1. $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、次の等式を満たす θ を求めよ。

$$(1) \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2) \cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3) \tan \theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

2. $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

$$(1) \sin \theta > \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2) \cos \theta \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3) \tan \theta < \sqrt{3}$$