

# 数学 I 第 4 章 図形と計量 No.4

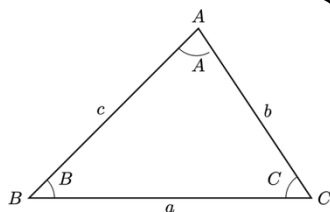
## 学習のねらい

正弦定理と余弦定理を理解して扱えるようになるろう！

### 1. 正弦定理

まずは、以下の約束事を知ろう。

$\triangle ABC$  において、頂点 A、B、C に向かい合う辺 BC、CA、AB の長さをそれぞれ  $a$ 、 $b$ 、 $c$  で表し、 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  の大きさをそれぞれ、 $A$ 、 $B$ 、 $C$  で表す。



また、三角形の 3 つの頂点を通る円を、その三角形の外接円という。三角形について、次の正弦定理が成り立つ。

$\triangle ABC$  の外接円の半径を  $R$  とすると以下の式が成り立つ。

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

証明は◇問題で扱う。「証明めんどいなあ・・・」と思う人もいると思うのだけれど、もちろんまず大事なのは公式を覚えること。ただ、数学を強くするためには 1 度は証明を見てみて欲しい。正弦定理を自由自在に扱えるようになったら証明もできるようになって欲しい。

### 2. 余弦定理

三角形の公式 2 つ目！！三角形について、次の余弦定理が成り立つ。

$\triangle ABC$  において、以下の式が成り立つ。

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

これはつまり、角度と 2 辺が分かればその角度の対辺の長さが分かるというもの。もう一つの見方もあって、3 つの辺の長さが分かれば、角度(正確には  $\cos$  の値)が求まる。

$\triangle ABC$  において、以下の式が成り立つ。

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$\cos$  の値が求まるということは、 $\sin$  も  $\tan$  も求まるということだ。正弦定理と同じく証明は◇問題で扱う。

正弦定理と余弦定理は、公式を覚えて、確実に扱えるようになって欲しい。

## ◇問題

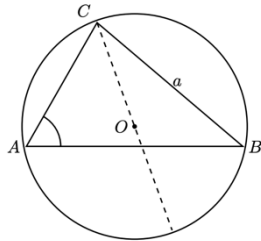
1.  $\triangle ABC$  において、 $a = 10$ 、 $B = 60^\circ$ 、 $C = 75^\circ$ のとき、 $b$ を求めよ。

2.  $\triangle ABC$  において、 $a = 6$ 、 $A = 30^\circ$ のとき外接円の半径 $R$ を求めよ。

3. 右の図の $\triangle ABC$  と、半径 $R$ 外接円 $O$ を用いて、

$$\frac{a}{\sin A} = 2R$$

が成り立つことを示せ。



4.  $\triangle ABC$  において、 $b = 2$ 、 $c = 3$ 、 $A = 60^\circ$ のとき、 $a$ を求めよ。

5.  $\triangle ABC$  において、 $a = 5$ 、 $b = 3$ 、 $c = 7$ のとき、 $C$ を求めよ。

6. 右の図の $\triangle ABC$  を用いて、

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

が成り立つことを示せ。

