

数学Ⅱ 第1章 式と証明 No.3

学習のねらい

分数式の計算をできるようになろう！

A を整式、 B を定数でない整式とすると、 $\frac{A}{B}$ の形で表される式を分数

式という。例えば、 $\frac{4b^2}{3ac}$ 、 $\frac{x^2-x+1}{x-2}$ は分数式である。

分数式は分母と分子にある共通因数で割ることで、分数のように約分することができる。

例) $\frac{8a^2x^3y}{40axy^2} = \frac{ax^2}{5y}$ 、 $\frac{x^2-1}{x^3-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{x+1}{x^2+x+1}$ である。

$\frac{ax^2}{5y}$ 、 $\frac{x+1}{x^2+x+1}$ のように、それ以上約分できない分数式を既約分数式と

いう。また、分数式の四則演算は分数と同様に行う。

$$\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}, \quad \frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC}$$

$$\frac{A}{C} + \frac{B}{C} = \frac{A+B}{C}, \quad \frac{A}{C} - \frac{B}{C} = \frac{A-B}{C}$$

では、分母や分子にさらに分数式がある場合どうしようか。このような分数式を繁分数式という。

例) $\frac{x-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}$ を簡単にせよ。

$$\frac{x-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}} = \frac{\frac{x^2-1}{x}}{\frac{x+1}{x}} = \frac{x^2-1}{x} \div \frac{x+1}{x} = \frac{(x+1)(x-1)}{x} \times \frac{x}{x+1} = x-1$$

$$\frac{x-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}} = \frac{\left(x-\frac{1}{x}\right) \times x}{\left(1+\frac{1}{x}\right) \times x} = \frac{x^2-1}{x+1} = \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} = x-1$$

上の式のように、2パターンの解き方がある。これをまとめると以下のようになる。

分数を大きく見て、割り算の形にする。

$$\frac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}} = \frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{AD}{BC}$$

分母と分子に BD をかける。

$$\frac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}} = \frac{\frac{A}{B} \times BD}{\frac{C}{D} \times BD} = \frac{AD}{BC}$$

◇問題

1. 次の分数式を約分して簡単にせよ。

$$(1) \frac{15a^2b^2}{40a^3b} \quad (2) \frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3}$$

2. 次の計算をせよ。

$$(1) \frac{a^2b^3}{3c} \times \frac{6c^2}{a^2b} \quad (2) \frac{x+1}{x^2-4} \times \frac{x^2-x-2}{x^2-2x-3}$$

3. 次の計算をせよ。

$$(1) \frac{x^2+4}{x-2} - \frac{4x}{x-2} \quad (2) \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \quad (3) \frac{1}{x^2-2x} - \frac{1}{x^2-x-2}$$

4. 次の式を簡単にせよ。

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$$