数学Ⅱ　第２章　複素数と方程式　No.１

学習のねらい

複素数について理解しよう！

１.虚数単位

例えば、$x^2=2$の解は$x=\pm\sqrt{2}$となる。では、$x^2=-2$の場合どうなるだろうか。「いや、無理っしょ。」となるだろう。もちろん今まで習ってきた数に２乗して-2になる数は存在しない。そこで新しい概念を作ってしまったのだ！！

２乗すると、-1になる新しい数を１つ考えて、これを文字iで表し、虚数単位という。つまり、$i^2=-1$である。

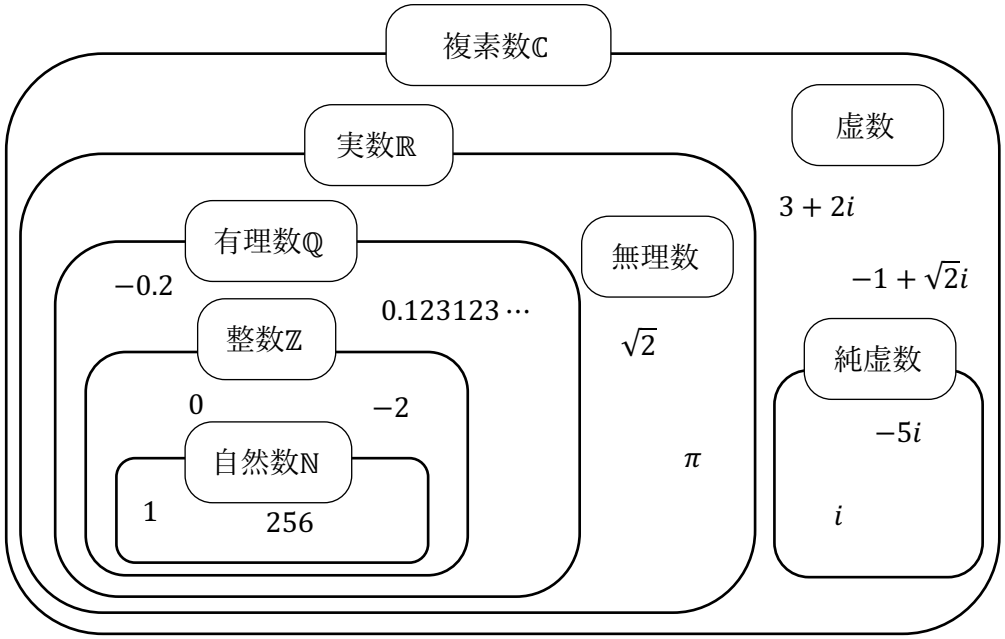
これにより、$x^2=-2 \Leftrightarrow x^2-(-2)=0 \Leftrightarrow x^2-\left(\sqrt{2}i\right)^2=0 \Leftrightarrow$

$\left(x+\sqrt{2}i\right)\left(x-\sqrt{2}i\right)=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}i$となる。

２.複素数

$3+2i$のように、２つの実数a、bを用いて、$a+bi$の形に表される数を複素数という。複素数$a+bi$のaを実部、bを虚部という。

$b=0$のとき、$a+bi=a$となるので、これは実数となる。$b\neq0$のとき、$a+bi$には必ず虚数単位iがあるので、これを虚数という。$a=0$、$b\neq0$のときには、$a+bi=bi$となるのでこれを純虚数という。



図にまとめると上のようになる。（実数も複素数の一部。）

３.複素数の相等と複素数の加法・減法・乗法

２つの複素数が等しいとき、実部も虚部も等しくなる。

a、b、c、dを実数とするとき、

$$a+bi=c+di \Leftrightarrow a=c\text{かつ}b=d$$

$$a+bi=0 \Leftrightarrow a=b=0$$

複素数の加法、減法はiを文字のように扱って、実部と虚部のそれぞれの和と差を計算する。ただし乗法において、i^2が出てきたら-1にする。

©算数・数学のアトリエ

◊問題

1.　次の等式を満たす実数x、yの値を求めよ。

（1）$(x+3)+(x-y)i=0$　（2）$(3x-y)+(2x+3y)i=9-5i$

2.　次の計算をせよ。

（1）$(7+3i)+(3-4i)$　（2）$(5-i)-(3+2i)$

（3）$(2+3i)(3-2i)$　（4）i^3

©算数・数学のアトリエ