数学Ⅱ　第３章　図形と方程式　No.1

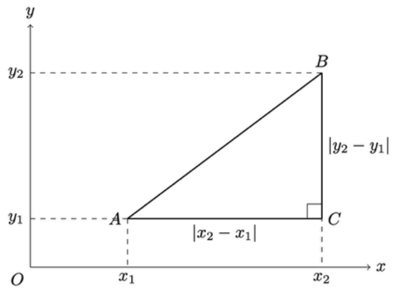
学習のねらい

内分点と外分点の座標を求められるようになろう！
２点間の距離を求められるようになろう！
重心の座標を求められるようになろう！

1.２点間の距離

座標平面上の２点 A(x_1,y_1)、B(x_2,y_2)の距離 AB を求めてみよう。

△ABC は直角三角形であるから、三平方の定理により



$$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}$$
$$=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

となる。この式は直線 AB がx軸、またはy軸に平行なときにも成り立つ。よって以下が成り立つ。

２点 A(x_1,y_1)、B(x_2,y_2)の距離 AB は

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

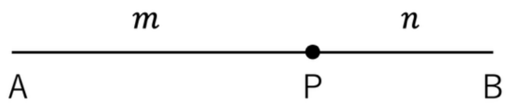
特に、原点 O と点 A(x_1,y_1)の距離 OA は

$$OA=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$$

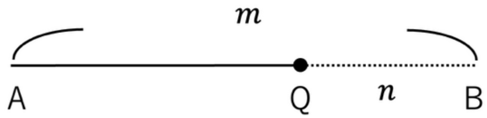
となる。

2.内分点と外分点の座標

m、nを正の数とする。点 P が線分 AB 上にあって AP：PB=$m：n$が成り立つとき、点 P は線分 AB を$m：n$に内分するといい、点 P を内分点という。



また、点 Q が線分 AB の延長上にあって AQ：QB=$m：n$が成り立つとき、点 Q は線分 AB を$m：n$に外分するという。このとき、$m\neq n$である。点 Q を外分点という。



また、内分点 P と外分点 Q について以下で求められる。

座標平面上の２点 A(x_1,y_1)、B(x_2,y_2)の内分点を P と外分点を Q とすると以下となる。（外分は$m：(-n)$に内分と考えると良い。）

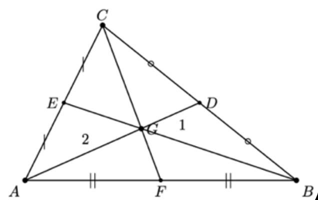
$$\mathrm{P}\left(\frac{nx_1+mx_2}{m+n},\frac{ny_1+my_2}{m+n}\right)、\mathrm{Q}\left(\frac{-nx_1+mx_2}{m-n},\frac{-ny_1+my_2}{m-n}\right)$$

3.重心の座標

重心は中線を$2：1$に内分する。その性質を用いて計算すると以下が分かる。

３点 A(x_1,y_1)、B(x_2,y_2)、C(x_3,y_3)を頂点とする△ABC の重心 G の座標は

$$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$



◊問題

1.　以下を求めよ。

(1) 2 点 $A(3,-5)$、$B(-1,3)$間の距離を求めよ。

(2) 2 点 $A(1,-2)$、$B(-3,4)$から等距離にあるx軸上の点 P の座標を求めよ。

2.　3 点 $A(5,4)$、$B(0,-1)$、$C(8,-2)$について、線分 AB を$2:3$に外分する点を P、$3:2$に外分する点を Q とし、△ABC の重心を G とする。

(1) 線分 PQ の中点 M の座標を求めよ。

(2) 点 G の座標を求めよ。

(3) △PQS の重心が点 G と一致するように、点 S の座標を定めよ。