

数学Ⅱ 第3章 図形と方程式 No.2

学習のねらい

直線の方程式について理解しよう！

2直線の平行と垂直の時の傾きの関係を理解しよう！

1. 直線の方程式

方程式 $3x - 4y - 12 = 0$ の表す図形を考えてみよう。これは、単純に、 $y = \frac{3}{4}x - 3$ なので、傾きが $\frac{3}{4}$ 、切片が -3 の直線である。

また、方程式 $y = 2$ の表す図形は、 y 軸に垂直な直線である。方程式 $x = -3$ の表す図形は、 x 軸に垂直な直線である。

よって、座標平面上の全ての直線は、次の形の1次方程式で表される。

$$ax + by + c = 0 \quad \text{ただし、} a, b, c \text{は定数で} a \neq 0 \text{または} b \neq 0$$

直線が x 軸、 y 軸とそれぞれ点 $(a, 0)$ 、 $(0, b)$ で交わる時、 a をこの直線の x 切片、 b をこの直線の y 切片という。

図形と方程式・・・
ちょっと難しいんだよね。
頑張ろう！



2.2 直線の平行と垂直

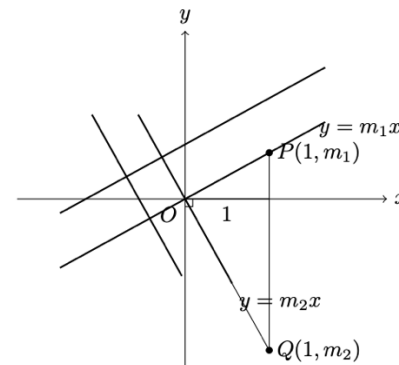
2直線 $y = m_1x + n_1$ と、 $y = m_2x + n_2$ が平行であるのは、それぞれの傾きが等しい時である。つまり、 $m_1 = m_2$ 。

では2直線 $y = m_1x + n_1$ と、 $y = m_2x + n_2$ が垂直であるときは傾きにどんな関係があるだろう。

2直線 $y = m_1x + n_1$ と、 $y = m_2x + n_2$ が垂直であるときは、それらに平行で原点 O を通る2直線 $y = m_1x$ と、 $y = m_2x$ も垂直である。

これらの直線上に、それぞれの点 $P(1, m_1)$ 、 $Q(1, m_2)$ をとると、 $\triangle OPQ$ は $\angle POQ = 90^\circ$ の直角三角形であるから、 $OP^2 + OQ^2 = PQ^2$ となる。

よって、 $(1^2 + m_1^2) + (1^2 + m_2^2) = (m_1 - m_2)^2$ となるので、 $m_1m_2 = -1$ となる。



2直線 $y = m_1x + n_1$ 、 $y = m_2x + n_2$ について

$$2 \text{ 直線が平行} \Leftrightarrow m_1 = m_2$$

$$2 \text{ 直線が垂直} \Leftrightarrow m_1m_2 = -1$$

◇問題

1. 点 $(-3, 2)$ を通り、直線 $3x - 4y - 6 = 0$ に平行な直線 l と垂直な直線 l' の方程式をそれぞれ求めよ。