

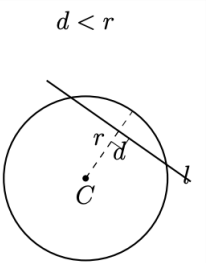
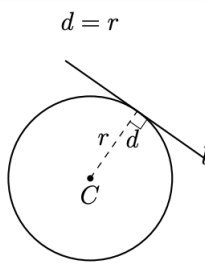
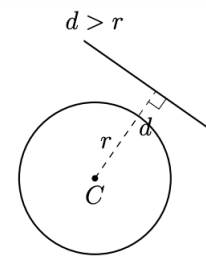
数学Ⅱ 第3章 図形と方程式 No.5

学習のねらい

円と直線の位置関係を理解しよう！
 円の接線の求め方を知ろう！

1. 円と直線の位置関係

しかし、共有点を何個持つか？という問いだけだったら、判別式または、中心と直線の距離を考えることで求めることができる。

共有点の個数	異なる2点で交わる	接する	共有点をもたない
共有点の個数	2	1	0
判別式 D	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
d と r の関係	$d < r$ 	$d = r$ 	$d > r$ 

2. 円の接線

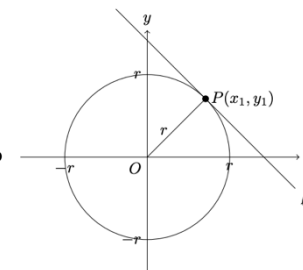
円 $x^2 + y^2 = r^2$ 上の点 $P(x_1, y_1)$ におけるこの円の接線の方程式は、

$$x_1x + y_1y = r^2$$

この公式は覚えておこう！ではこの公式を証明していこう！

P は座標軸上にないとする。このとき、 $x_1 \neq 0$ 、 $y_1 \neq 0$ である。

右の図で直線 OP の傾きは $\frac{y_1}{x_1}$ である。接線 l は OP



に垂直であるから、 l の傾きは $-\frac{x_1}{y_1}$ である。

よって、 l の方程式は

$$y - y_1 = -\frac{x_1}{y_1}(x - x_1)$$

となる。これを整理すると、 $x_1x + y_1y = x_1^2 + y_1^2$ である。 $x_1^2 + y_1^2 = r^2$ であるから、 $x_1x + y_1y = r^2 \dots \textcircled{1}$ となる。

また、 P が x 軸上にある時、接線の方程式は、 $x = r$ または、 $x = -r$ 。

P が y 軸上にある時、接線の方程式は、 $y = r$ または、 $y = -r$

ゆえに、 P が座標軸上にある場合の接線の方程式も $\textcircled{1}$ で表される。

◇問題

1. 円 $x^2 + y^2 = 1$ と直線 $y = x + k$ が異なる2点で交わる時、定数 k の値の範囲を求めよ。

2. 円 $x^2 + y^2 = 25$ 上の点 $(4, -3)$ における接線の方程式を求めよ。