数学Ⅱ　第３章　図形と方程式　No.７

学習のねらい

軌跡について理解しよう！

ある条件を満たす点が動いてできる図形のことを、軌跡という。

例）点$(3,4)$からの距離が5である点Ｐの軌跡を求めよ。

ある点から等しい距離にある点の集合なので、円になる。つまり点Ｐの軌跡は$(x-3)^2+(y-4)^2=5^2$のように、答えられれば良いということ。しかし、こんな簡単に図形が分かる問題は少ない。

例）tを実数とする。点$(t-1,2t^2-3t+1)$の描く軌跡を求めよ。

こうなるとお手上げ。しかし軌跡はステップを守れば必ず解けるので、そのステップを辿りながら解いてみよう。まずはこれの解答から。

$X=t-1, Y=2t^2-3t+1$とする。すると、$t=X+1$なので、これをYに代入する。すると、

$$Y=2t^2-3t+1=2(X+1)^2-3(X+1)+1=2X^2+X$$

よって、求める軌跡は、$y=2x^2+x$

ではステップを確認していこう！

Step.１

軌跡を求める点の座標を(X,Y)とおく。

Step.２

与えられた条件を使って、X、Yの関係式を作る。

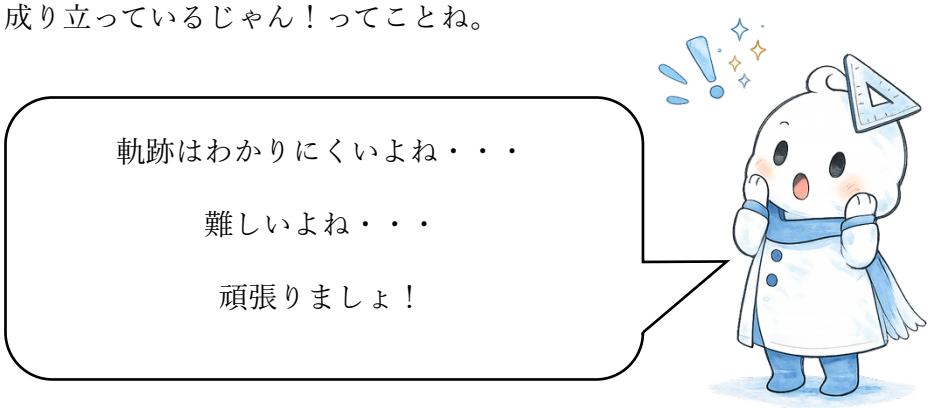
Step.３

X、Y以外の文字（変数）を削除する。

Step.４

(X,Y)を(x,y)に置き換えて完成！

(X,Y)と置くことで、(x,y)と混ざらないようにしている。また、最後の置き換える部分は、勝手にやって良いの？と思うかもしれない。なぜやって良いかというと、あくまで、(X,Y)の関係式であって、その文字を(x,y)という馴染みある文字に変えただけであり、別に、関係式としては成り立っているじゃん！ってことね。



©算数・数学のアトリエ

◊問題

1. tを実数とする。点$(t-1, 2t+1)$の描く軌跡を求めよ。

2. 2点A$(0,0)$、B$(3,0)$からの距離の比が2：1である点Pの軌跡を求めよ。

©算数・数学のアトリエ