

数学Ⅱ 第3章 図形と方程式 No.8

学習のねらい

領域について理解しよう！

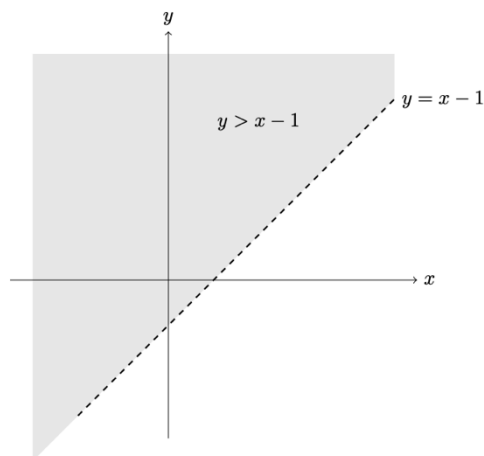
座標平面上で、 x 、 y の1次方程式 $y = x - 1$ を満たす点 (x, y) 全体の集合は直線である。では、 $y > x - 1$ はようになるだろう。

これは、 $y = x - 1$ よりも上側にある部分のことを指している。

また、 $=$ が付いていないので、 $y = x - 1$ 上は、 $y > x - 1$ という関係式を満たさない。よって、右の図のような灰色の部分の答えとなるわけだ。

このように、 x と y の不等式によって定まる点 (x, y) の存在範囲のことを**領域**という。

$y > x - 1$ の領域は、 $y = x - 1$ の直線の上側すべてである。ただし境界線($y = x - 1$)は領域に含まない。



直線 $y = mx + n$ を l とする。

不等式 $y > mx + n$ の表す領域は直線 l の上側の部分

不等式 $y < mx + n$ の表す領域は直線 l の下側の部分

$y \geq mx + n$ や $y \leq mx + n$ の表す領域は直線 $y = mx + n$ を含む。

円についても同じように考えることができる。

円 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ を C とする。

不等式 $(x - a)^2 + (y - b)^2 < r^2$ の表す領域は円 C の内部

不等式 $(x - a)^2 + (y - b)^2 > r^2$ の表す領域は円 C の外部

ただしどちらも境界線は含まない。

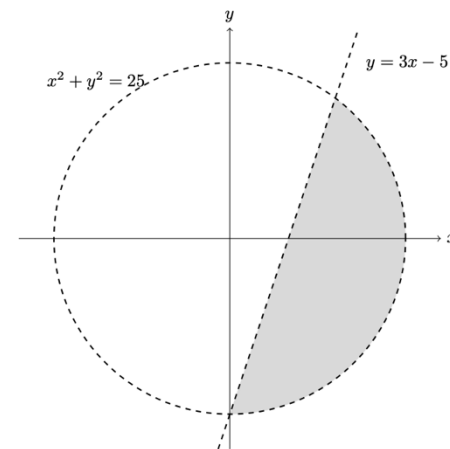
では、連立不等式の表す領域について考えてみよう。

例) 次の連立不等式の表す領域を図示せよ。

$$\begin{cases} x^2 + y^2 < 25 \\ y < 3x - 5 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 < 25$ は、 $x^2 + y^2 = 25$ の円の内部。 $y < 3x - 5$ は $y = 3x - 5$ の下側の部分。

よって、共通部分は、灰色の部分となる。ただし境界線は含まない。



このように、考えることで、連立不等式の表す領域も簡単に求めることができる。悩んだときは、例えば、 $(0, 0)$ を与式に代入することで、領域内なのか外なのかを判断することもできる。

◇問題

1. 次の不等式の表す領域を図示せよ。

(1) $y > 2x - 3$ (2) $y \leq -x + 1$ (3) $x^2 + y^2 < 1$

2. 次の不等式の表す領域を図示せよ。

$$(3x + 4y - 12)(x - 2y + 4) > 0$$