

## 数学Ⅱ 第4章 三角関数 No.1

### 学習のねらい

一般角と弧度法について理解しよう！

#### 1. 一般角

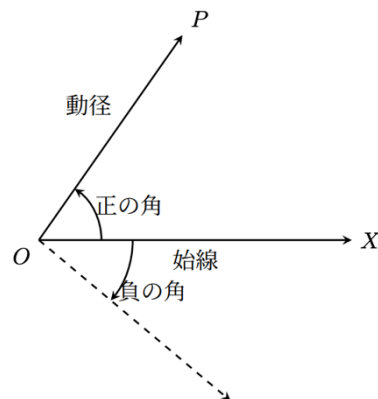
角度を考えると、普通、 $0^\circ$ から $360^\circ$ の範囲で考える。まずは、この概念を拡張していこう。

右の図のように、固定されている半直線  $OX$  と動く半直線  $OP$  を考える。 $OX$  を始線、 $OP$  を動径という。

動径の回転には2つに向きがある。時計の針の回転と逆の向きを正の向き、時計の針の回転と同じ向きを負の向きという。

また、正の向きの回転の角を正の角、負の向きの回転の角を負の角という。

次に、 $400^\circ$ について考えよう。これは、 $360^\circ$ 回転した後、 $40^\circ$ 回転させたということだ。つまり、 $40^\circ$ と $400^\circ$ は同じ角度を表している。他にも、 $760^\circ$ は $760^\circ = 40^\circ + 360^\circ \times 2$ 、 $-320^\circ = 40^\circ + 360^\circ \times (-1)$ も同じ角度を表していることになる。一般に始線と動径のなす角度は $\alpha + 360^\circ \times n$  ( $n$ は整数)と表すことができる。 $n$ の値を変えても動径  $OP$  の位置は同じだ。このように表した角度を一般角という。



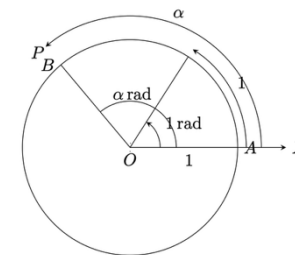
#### 2. 弧度法

これまで、角の大きさを表すのに、 $30^\circ$ や $60^\circ$ 、 $135^\circ$ などの度数法を用いてきた。ここでは、角の大きさを表す別の方法について学ぶ。というのも、扇形の面積や、弧の長さを求めるときに、式がちょっとダルいからだ。(いや、そんなダルくないよ！とも思うかもだけど・・・) なぜ

ならば、扇形の面積 $S = \pi r^2 \cdot \frac{\theta}{360^\circ}$ という形になる。もっとシンプルにで

きないだろうか。

点  $O$  を中心とする半径  $1$  の円 (単位円) と半直線  $OX$ 、 $OP$  との交点をそれぞれ  $A$ 、 $B$  とする。このとき、 $\angle XOP$  の大きさに応じて弧  $AB$  の長さは一意に定まり、その長さは角の大きさに比例する。



そこで、半径が  $1$  であることを利用して、単位円上の弧の長さそのものを角の大きさとして表すことにした。このような角の表し方を弧度法といい、単位をラジアン(rad)という。

半径  $1$  の円の場合、円周の長さは $2\pi$ となる。つまり、 $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$ である。よって、 $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ 、 $\frac{\pi}{2} \text{ rad} = 90^\circ$ 、 $\frac{\pi}{3} \text{ rad} = 60^\circ$ 、 $\frac{\pi}{4} \text{ rad} = 45^\circ$ 、 $\frac{\pi}{6} \text{ rad} = 30^\circ$ だ。ちなみに、 $1 \text{ rad} = 57.3^\circ$ である。また、基本radは省略される。よって、 $\frac{\pi}{6} (= 30^\circ)$ のように書かれる。以下は◇問題で証明する。

弧度法を用いた場合、半径が $r$ 、中心角が $\theta$ の扇形の弧の長さを $l$ 、面積を $S$ とすると、以下の公式が得られる。

$$l = r\theta \quad S = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}rl$$

## ◇問題

1. 次の角を、度数法を弧度法で、弧度法を度数法で表せ。

(1)  $210^\circ$  (2)  $300^\circ$  (3)  $\frac{2\pi}{3}$  rad (4)  $\frac{3\pi}{4}$  rad

2. 次の表を完成させよ。

| 度数法 | $0^\circ$ | $30^\circ$ | $45^\circ$ | $60^\circ$ | $90^\circ$ | $120^\circ$ | $135^\circ$ | $150^\circ$ | $180^\circ$ |
|-----|-----------|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 弧度法 |           |            |            |            |            |             |             |             |             |

3. 次のような扇形の弧の長さや面積を求めよ。

(1) 半径が4、中心角が $\frac{\pi}{5}$  (2) 半径が6、中心角が $\frac{5}{6}\pi$

4. 半径が $r$ 、中心角が $\theta$ の扇形の弧の長さを $l$ 、面積を $S$ とする。

$$l = r\theta \quad S = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}rl$$

この公式を証明せよ。