

数学Ⅱ 第4章 三角関数 No.2

学習のねらい

三角関数の定義を理解しよう！

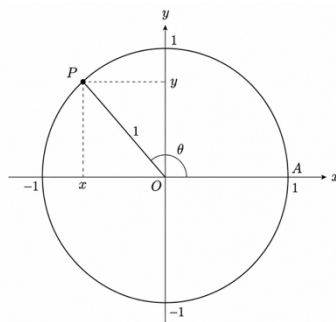
三角関数の基本公式を理解して覚えよう！

三角関数の変換を理解しよう！

1. 三角関数

数学Ⅰの時と同じように、単位円を考えて、 $\angle AOP = \theta$ としたとき、 $\sin \theta = y$ 、 $\cos \theta = x$ 、 $\tan \theta = \frac{y}{x}$ となる。

単位円周上の
 x 座標が $\cos \theta$ 、 y 座標が $\sin \theta$ 、傾きが $\tan \theta$
である。



つまり、角度 θ によって、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ の値が変わる関数であるということだ。このように考えたものを三角関数という。なお数学Ⅱでは θ は任意の値となる。

また、図の通り $-1 \leq \sin \theta \leq 1$ 、 $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ となる。 $\tan \theta$ の値の範囲は実数全体である。

2. 三角比の基本公式

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

3. 三角関数の変換

$\frac{\pi}{2} - \theta$ や $\pi - \theta$ の三角比を求める場面がある。公式を覚える必要はない。仕組みを理解して、単位円を用いてその場で導出できるようにしよう。

① $\theta + 2n\pi$

$$\sin(\theta + 2n\pi) = \sin \theta \quad \cos(\theta + 2n\pi) = \cos \theta \quad \tan(\theta + 2n\pi) = \tan \theta$$

② $-\theta$

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta \quad \cos(-\theta) = \cos \theta \quad \tan(-\theta) = -\tan \theta$$

③ $\theta + \pi$

$$\sin(\theta + \pi) = -\sin \theta \quad \cos(\theta + \pi) = -\cos \theta \quad \tan(\theta + \pi) = \tan \theta$$

④ $\pi - \theta$

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta \quad \cos(\pi - \theta) = -\cos \theta \quad \tan(\pi - \theta) = -\tan \theta$$

⑤ $\theta + \frac{\pi}{2}$

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \theta \quad \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \theta \quad \tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\tan \theta}$$

⑥ $\frac{\pi}{2} - \theta$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta \quad \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{1}{\tan \theta}$$

◇問題

1. θ が次の値のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ の値を求めよ。

(1) $\frac{23}{6}\pi$ (2) $-\frac{5}{4}\pi$

2. $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{4}$ のとき、 $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ の値を求めよ。

3. $\cos^2 \theta + \sin \theta - \tan \theta (1 - \sin \theta) \cos \theta$ を計算せよ。