

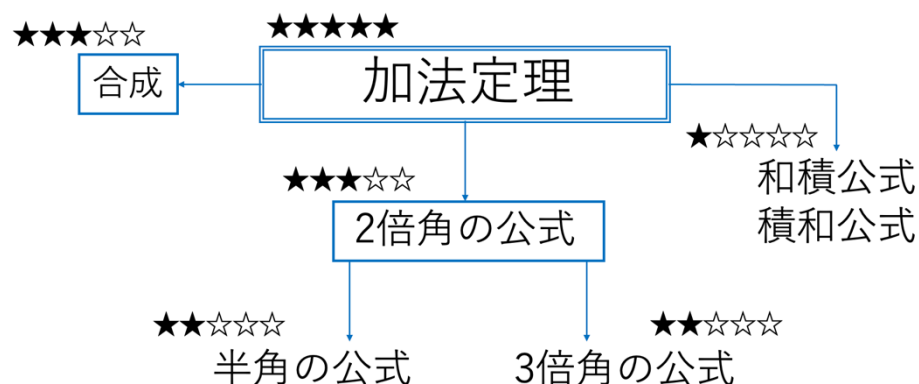
数学Ⅱ 第4章 三角関数 No.5

学習のねらい

加法定理について理解しよう！

1. 加法定理の関係図

まずは、今後出てくる公式について関係図を紹介する。



ざっくりこんな感じ。★が”重要度”。他の公式達の全ての生みの親である加法定理から、学んでいこう。加法定理は、確実に全て覚えるようにしよう！

2. 加法定理

このプリントでは、弧度法ではなく度数法を用いて解説する。

さて、 $\sin 30^\circ$ って、 $\sin(90^\circ - 60^\circ)$ とも考えられるよね。では、 $\sin(90^\circ - 60^\circ) = \sin 90^\circ - \sin 60^\circ$ とできるだろうか？計算してみよう。

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \sin 90^\circ - \sin 60^\circ = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

となるので、どうやら、 $\sin(90^\circ - 60^\circ) = \sin 90^\circ - \sin 60^\circ$ では無いっぽい。

でも例えば、 $\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ)$ と考えて計算したい場面があるんだよね。そこで、昔の人は頑張った。結果生まれたのが[加法定理](#)である！証明は、No.5 補足でやろう。

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

例) $\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

これで、有名角の足し算や引き算(例えば、 $75^\circ = 45^\circ + 30^\circ$ 、 $15^\circ = 60^\circ - 45^\circ$ など)を求めることができるわけだ。

高校数学では最終的に弧度法で扱うことが多いので、後で少しずつ慣れていこう。

◇問題

1. 加法定理を用いて、次の値を求めよ。

(1) $\cos 75^\circ$ (2) $\sin 15^\circ$ (3) $\tan 75^\circ$ (4) $\sin 165^\circ$

2. $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}$ であることを用いて、次の値を求めよ。

$$\cos \frac{\pi}{12}$$

3. $\tan$ の加法定理を用いて、2 直線 $\sqrt{3}x - 2y + 2 = 0$ 、 $3\sqrt{3}x + y - 1 = 0$ のなす角鋭角 θ を求めよ。