

数学Ⅱ 第5章 指数関数と対数関数 No.4

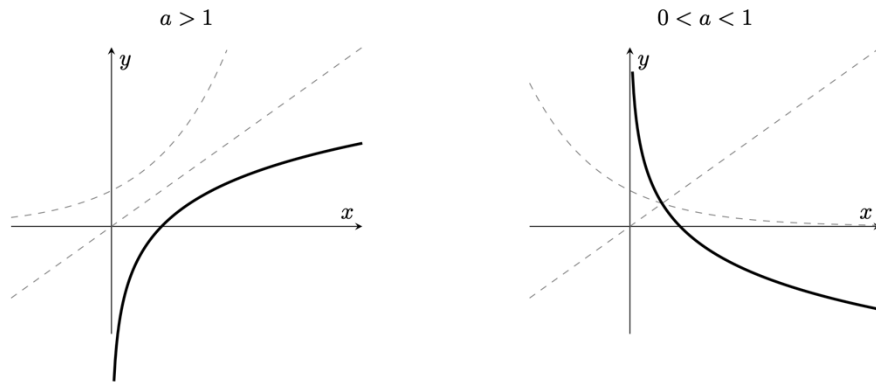
学習のねらい

対数関数のグラフの特徴と性質を理解しよう！

対数関数の方程式と不等式を解けるようになろう！

1. 対数関数とグラフ

$a > 0$ 、 $a \neq 1$ とすると、 $y = \log_a x$ は a を底とする x の対数関数という。対数関数のグラフの概形は以下となる。



なお、 $y = \log_a x$ と $y = a^x$ は直線 $y = x$ に関して対称である。また、点 $(1, 0)$ を通り、 y 軸を漸近線としてもつ曲線である。

$a > 1$ のときと、 $0 < a < 1$ のときのグラフの大体の概形を覚えておくと良い。

2. 対数関数の性質

$y = \log_a x$ において、

$a > 1$ のとき、 x の値が増加すると、 y の値も増加する。

$$p < q \Leftrightarrow \log_a p < \log_a q$$

$0 < a < 1$ のとき、 x の値が増加すると、 y の値は減少する。

$$p < q \Leftrightarrow \log_a p > \log_a q$$

3. 対数関数の方程式・不等式

方程式・不等式を解く時に重要なのが、真数が必ず正であること。これを真数条件という。

例) 方程式 $\log_5 x = 2$ を解け。

方程式より、 $x = 5^2$ となるので、 $x = 25$

例) 不等式 $\log_5 x < 2$ を解け。

真数条件より、 $x > 0$ 。与えられた不等式より、 $\log_5 x < 2 = \log_5 5^2 = \log_5 25$ となる。よって、 $x < 25$ 。

以上より、解は、 $0 < x < 25$

◇問題

1. 次の方程式、不等式を解け。

$$(1) \log_2 x = 3 \quad (2) \log_3 x > 2 \quad (3) \log_{\frac{1}{4}} x \leq -1$$

2. 次の方程式、不等式を解け。

$$(1) \log_2 x + \log_2(x - 7) = 3 \quad (2) 2\log_2(2 - x) \geq \log_2 x$$