

数学Ⅱ 第5章 指数関数と対数関数 No.5

学習のねらい

常用対数について理解しよう！
桁数を求められるようになろう！

1. 常用対数

対数は、大きい数を小さい数にできるという点で便利である。例えば、1000という数字は、10を底とする対数を取ることで、 $\log_{10} 1000 = 3$ とできる。1000が3になるのだ。

このように、 $\log_{10} 2$ 、 $\log_{10} 3$ などの底を10とする対数を常用対数という。

2. 桁数を求める

さて、常用対数の使い方として、「桁数を求める」というものがある。例えば、2560という数字は4桁の数字。これは $1000 < 2560 < 10000$ なので、 $10^3 < 2560 < 10^4$ が成り立つ。

つまり、整数 N が、 $10^{n-1} < N < 10^n$ とできたら、 N の桁数が n 桁と分かるわけだ。

ここで、式を変形していくと、

$$10^{n-1} < N < 10^n$$

$$\Leftrightarrow \log_{10} 10^{n-1} < \log_{10} N < \log_{10} 10^n$$

$$\Leftrightarrow n-1 \log_{10} 10 < \log_{10} N < n \log_{10} 10$$

$$\Leftrightarrow n-1 < \log_{10} N < n$$

とできる。つまり、 $\log_{10} N$ の値が分かれば、桁数が分かるということだ。

Step.1

$\log_{10} N$ の値を求める。

Step.2

$n-1 < \log_{10} N < n$ を満たす n を求める。
 n が桁数。

例) 3^{20} は何桁の整数か。ただし $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

$$\log_{10} 3^{20} = 20 \log_{10} 3 = 20 \times 0.4771 = 9.542$$

$$\text{よって、} 9 < \log_{10} 3^{20} < 10$$

$$\text{ゆえに、} 10^9 < 3^{20} < 10^{10}$$

したがって、 3^{20} は10桁の整数である。

これにて第5章終わり！

次は、第6章の微分積分！

高校数学のラスボス！

頑張ろう！！！！



◇問題

1. $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ として、次の値を求めよ。
(1) $\log_{10} 18$ (2) $\log_{10} 0.6$ (3) $\log_{10} 25$

2. 6^{25} の桁数を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。