

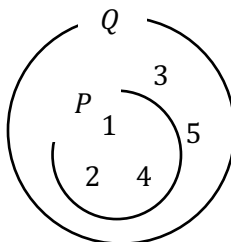
数学 A 第 1 章 場合の数 No.2

学習のねらい

様々な集合を理解し、ド・モルガンの法則について理解して覚えよう！

1. 部分集合

2つの集合 $P = \{1, 2, 4\}$ 、 $Q = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ では、 P のどの要素も Q の要素になっている。一般に2つの集合 A 、 B において、 A のどの要素も B の要素である時、すなわち「 $x \in A$ ならば $x \in B$ 」が成り立つとき、 A は B の部分集合であるといい、 $A \subset B$ と表す。



このとき、 A は B に含まれる、または B は A を含むという。

注) 右上図のような包含関係を表した図をベン図という。

No.1 の例で言うと、

Mrs. GREEN APPLE \subset アーティスト

ということである。

また、要素を1つも持たない集合も考える。この集合を空集合といい、記号 ϕ で表す。また空集合は、どんな集合に対しても、その部分集合であると約束する。

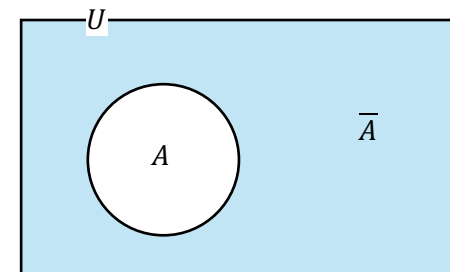
すなわち、任意の集合 A に対して、 $\phi \subset A$ とする。

例) 集合 $\{1, 2\}$ の部分集合は、 ϕ 、 $\{1\}$ 、 $\{2\}$ 、 $\{1, 2\}$ である。

2. 全体集合・補集合

集合を考える時、例えば「日本の」などと、1つの集合 U を最初に決めて、要素としては U の要素だけを、集合としては U の部分集合だけを考えることが多い。このとき、集合 U を全体集合という。また、全体集合 U の部分集合 A に対して、 A に属さない U の要素全体の集合を U に関する A の補集合といい、 \bar{A} で表す。また、 $A \cap \bar{A} = \phi$ 、

$A \cup \bar{A} = U$ 、 $\overline{\bar{A}} = A$ が成り立つ。



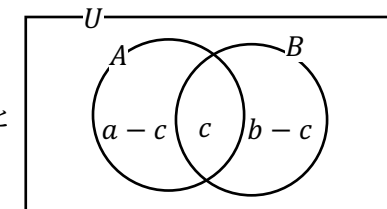
3. ド・モルガンの法則

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}, \quad \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

4. 集合の個数

有限集合 P の要素の個数を $n(P)$ で表す。例えば、12の正の約数全体の集合 A は、 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ となるので、 $n(A) = 6$ となる。

また、全体集合 U の2つの部分集合 A 、 B について、 $n(A) = a$ 、 $n(B) = b$ 、 $n(A \cap B) = c$ とすると、右の図より、以下の事実が分かる。



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

◇問題

1. (1)集合 $A = \{1, 2, 4, 8\}$ と、集合 $B = \{x \mid x \text{は} 4 \text{の正の約数}\}$ の間に成り立つ関係を、 \subset 、 $=$ を用いて表せ。

(2)集合 $\{1, 2, 3\}$ の部分集合を全て答えよ。

2. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ を全体集合とするとき、その部分集合 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 、 $B = \{3, 6, 9\}$ について、次の集合を求めよ。

(1) \bar{A} (2) \bar{B} (3) $\bar{A} \cap B$ (4) $A \cup \bar{B}$

3. $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ 、 $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ がそれぞれ成り立つことを、ベン図を用いて表せ。

4. 1から100までの整数のうち、3と4の少なくとも一方で割り切れる数はいくつあるか。