

# 数学 A 第 1 章 場合の数 No.6

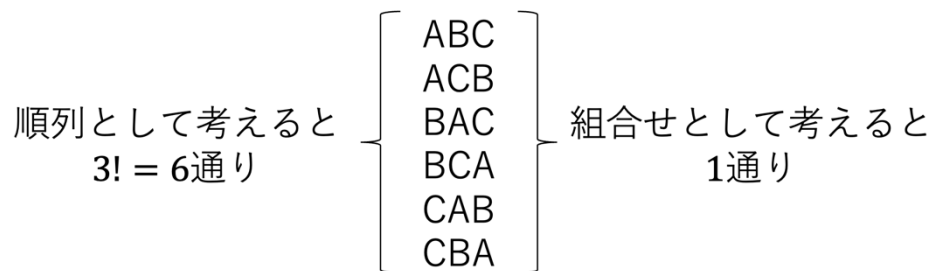
## 学習のねらい

組合せとは何かを理解し、扱えるようになろう！！

例) A、B、C、D、E の 5 文字から 3 文字を選ぶとき、選び方の総数は何通りあるか。

順列との違いはわかるだろうか。順列は「選んで並べる」だったのに対し、今回は、「選び方」について問われている。

簡単に言うと、(A、B、C)と(C、B、A)が同じということだ。



つまり、5 文字から 3 文字選んで、グループ分けをすると、

ABC	ABD	ABE	ACD	ACE	ADE	BCD	BCE	BDE	CDE
ACB	ADB	AEB	ADC	AEC	AED	BDC	BEC	BED	CED
BAC	BAD	BAE	CAD	CAE	DAE	CBD	CBE	DBE	DCE
BCA	BDA	BEA	CDA	CEA	DEA	CDB	CEB	DEB	DEC
CAB	DAB	EAB	DAC	EAC	EAD	DBC	EBC	EBD	ECD
CBA	DBA	EBA	DCA	ECA	EDA	DCB	ECB	EDB	EDC

になる。全部で10通り出てきた。これは、

$$\frac{5 \text{人から 3 人選んで並べたときの総数 } {}_5P_3}{3 \text{人を並べたときの並べ方 } 3!} = \frac{{}_5P_3}{3!}$$

となる。5 人から 3 人選ぶときの、選び方の総数を  ${}_5C_3$  と表すと、

$${}_5C_3 = \frac{{}_5P_3}{3!} \text{ と計算することができる。}$$

組合せの公式

異なる  $n$  個の中から  $r$  個を選ぶときの、選び方の総数を  ${}_nC_r$  と表す。

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

また、以下の性質がある。

$$1. {}_nC_r = {}_nC_{n-r} \quad 2. {}_nC_1 = n \quad 3. {}_nC_n = 1 \quad 4. {}_nC_0 = 1$$

簡単に確認する。

1.は、例えば、 ${}_5C_3$  とは、異なる 5 個のものから 3 つを選ぶということ。つまり、異なる 5 個のものから選ばないものを 2 つ選ぶと考えても良い。よって、 ${}_5C_3 = {}_5C_2$  ということだ。

2.は、異なる  $n$  個の中から 1 個を選ぶという意味だから当然この結果である。

3.は、異なる  $n$  個の中から  $n$  個を選ぶ、つまり全部選ぶわけだ。つまり、1 通りしかない。

4.は、「何も選ばない」ということなので、何も選ばない 1 通りである。

この約束事は、頻繁に使うのでしっかり慣れておこう。

## ◇問題

1. 次の計算をせよ。

(1)  ${}_7C_5$  (2)  ${}_{10}C_8$  (3)  ${}_4C_4$  (4)  ${}_9C_0$

2. 男子5人、女子4人の中から、3人を選びグループを作る。次の問いに答えよ。

(1) 3人グループは全部で何通り作れるか。

(2) 男子から2人女子から1人を選ぶとき、何通りのグループが作れるか。

(3) 男子が少なくとも1人含まれるように選ぶとき、何通りのグループが作れるか。