

# 数学 A 第 1 章 場合の数 No.7

## 学習のねらい

同じものを含む順列・重複組合せについて理解しよう！

### 1. 同じものを含む順列

例) A、A、A、B、C の 5 文字を一列に並べる並べ方は何通りあるか。

5!ではない。あれらは「異なる  $n$  個」であって、今回は、A が 3 個もあるので、アプローチを変えなければならない。

この 3 文字を区別できるとしてみよう。すると、 $5! = 120$  通り。すると、右図のように、なる。ここで、グループごとに見てみると、

例えば、一番左のグループは、全てが、AAABC という並びに

$A_1A_2A_3BC$	$BA_1A_2A_3C$	$A_1BA_2A_3C$	$A_1A_2BA_3C$
$A_1A_3A_2BC$	$BA_1A_3A_2C$	$A_1BA_3A_2C$	$A_1A_3BA_2C$
$A_2A_1A_3BC$	$BA_2A_1A_3C$	$A_2BA_1A_3C$	$A_2A_1BA_3C$
$A_2A_3A_1BC$	$BA_2A_3A_1C$	$A_2BA_3A_1C$	$A_2A_3BA_1C$
$A_3A_1A_2BC$	$BA_3A_1A_2C$	$A_3BA_1A_2C$	$A_3A_1BA_2C$
$A_3A_2A_1BC$	$BA_3A_2A_1C$	$A_3BA_2A_1C$	$A_3A_2BA_1C$

なっている。つまり、「一旦別々のものだと思って並べる総数を考えて、その後、同じものの並び方をグループ分けする。」ことで求められる。今回の場合だと、5!で一旦並べてあげて、 $A_1A_2A_3$ の並び変えを無視する、つまり3!で割ってあげると答えが求まるということだ。

#### 同じものを含む順列

$n$  個のものの中で、 $p$  個が同じ、 $q$  個が同じ、 $r$  個が同じであるとき (何個でも仕組みは同じ)、 $n$  個の並べ方の総数は

$$\frac{n!}{p!q!r!}$$

### 2. 重複組合せ

例) りんご、なし、ももの 3 つのフルーツから、重複を許して 5 個のフルーツを選ぶ。選び方は何通りあるか求めよ。ただし、1 つも選ばれないものがあったても良いものとする。

まず、右図のように、フルーツを○で表す。  
りんご、なし、ももの 3 種類があるので、仕切りを 2 つ用意して、3 個の部屋を用意する。上の図だと、(りんご、なし、もも) = (2, 2, 1) となる。

では、右図になるとどうなるか？これだと、(りんご、なし、もも) = (0, 4, 1) となる。

このように、○と|を使って、並び方が何通りあるかを考えられれば、良いわけだ。この図だと、7 個のもの(○と|)のうちで、○が 5 個同じ、|が 2 個同じであるから、 $\frac{7!}{5!2!}$ で求めることができる。

「重複組合せ」は、実は、「同じものを含む順列」を考えていたのだ。

大事なポイントは、仕切りの数は、最小限にすることだ。

場合の数・確率が苦手な人ほど、「とにかく公式！」と考える人が多いのよね～。確かに解ける問題もあるけれど、大事なことは、仕組みを理解すること！！

分からなかったら、周りの人に聞くんだよ～。



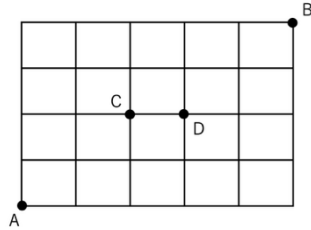
## ◇問題

1. 右の図のような街路のある町があり、  
A 地点から B 地点まで、最短距離で行く  
ものとする。

(1) 全体の道筋は何通りあるか。

(2) C 地点を通らない道筋は何通りあるか。

(3) C 地点または D 地点を通る道筋は何通りあるか。



2. 次の問いに答えよ。

(1)  $x + y + z = 10$ となる、0以上の整数( $x, y, z$ )の組合せの総数を求めよ。

(2)  $x + y + z = 10$ となる、自然数( $x, y, z$ )の組合せの総数を求めよ。

(3)  $x + y + z \leq 10$ となる、0以上の整数( $x, y, z$ )の組合せの総数を求めよ。