

数学 A 第 2 章 確率 No. 1

学習のねらい

確率の定義をきちんと理解しよう！

1.2 種類の確率論

確率は、日常の様々な場面で用いられている。例えば、降水確率や合格判定など。このような確率を、統計的確率論という。一方、この章で学ぶのは、組合せ的確率論だ。

確率は、「場合の数」ができないと詰む。なので、うまく解けないなと思った際には、ぜひ場合の数を復習してみたい。

確率を考える際には、「サイコロを投げる」や「カードを引く」などの行為が行われる。このような実験や、観測などを試行(しこう)といい、その結果起こる事柄を事象(じしょう)という。

2. 同様に確からしい・確率の定義

中学でも習ったこの言葉。例えば、「受験の結果は合格か不合格かの 2 通りしかないから、合格可能性は 50%だ！」という主張は間違っていることが分かる。合格と不合格の 2 通りが、同様に確からしくないからだ。

例えばサイコロなどの 1~6 までの出る確率が全て同じの時、つまり、1つ1つの事柄が等確率で起きる時、同様に確からしいという。

では、確率の定義をしよう。

確率の定義

- ある試行を行ったときに、起こりうる全ての事象を U とし、 U の場合の数を $n(U)$ と表す。ただし U の全ての根元事象は同様に確からしいとする。
- その試行のうち、事象 A が起こる場合の数を $n(A)$ と表す。このとき、 A が起こる確率 $P(A)$ は、

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{\text{事象 } A \text{ の起こる場合の数}}{\text{起こりうる全ての場合の数}}$$

3. 確率は同じものでも区別して考える

例) 白い球を 4 つ、黒い球を 2 つを箱の中に入れ、無作為に 2 つを同時に取り出す。このとき、取り出した 2 つの球がともに白色である確率を求めよ。

(白、白)、(白、黒)、(黒、白)、(黒、黒) の 4 通りだから $\frac{1}{4}$ 。

(白、黒)、(黒、白) は同じだから、3 通りで $\frac{1}{3}$ 。

この 2 つの解答は同様に確からしいという観点が抜けている。確率で大事なのは、同じものでも区別して考える！ ことだ。

正しい解答は、6 個の全ての球を区別して考えると、2 個を取り出すときの取り出し方の総数は、 ${}_6C_2 = 15$ 通り。そのうち、白い球を 2 個取り出す場合の数は、 ${}_4C_2 = 6$ 通り。よって、求める確率は、 $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ である。

とにかく、同じものでも区別して考える！ こと！

◇問題

1. 袋の中に赤玉3個と白玉4個が入っている。この袋から4個の玉を同時に取り出したとき、それらが赤玉2個と白玉2個である確率を求めよ。

2. 2枚の硬貨を投げる。次の問いに答えよ。
 - (1) 2枚とも表が出る確率を求めよ。
 - (2) 表と裏が各1枚出る確率を求めよ。

3. 袋の中に青玉4個、黄玉3個、赤玉2個が入っている。この袋から同時に4個の玉を取り出すとき、そのうちの2個の玉だけが同色になる確率を求めよ。