

数学 A 第 2 章 確率 No.2

学習のねらい

余事象と排反事象と独立試行について理解しよう！

1. 余事象

全事象を U とする。事象 A に対して、「 A が起こらない事象」のことを A の **余事象** といい、 \bar{A} と表す。

事象 U が起きる確率 $P(U)$ は 1 である。つまり、 $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ である。

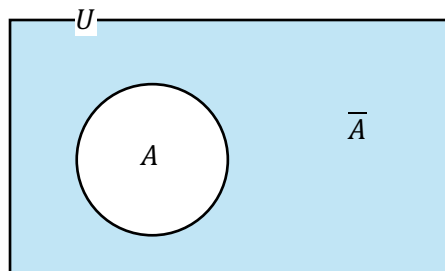
これを用いると、一見難しそうな問題も、簡単に解くことができる。問題文に「少なくとも」というワードが出てきたら、余事象を考えてみよう！

例) 白玉 4 個と赤玉 6 個が箱に入っている。この中から 3 つの玉を取り出すとき、少なくとも 1 つの白玉を含んでいる確率を求めよ。

「少なくとも」がきたので余事象を考えてみよう。つまり、「1 つも白玉を含んでいない」=「赤玉だけ」ということ。

よって、10 個の玉から 3 個を取り出す確率が ${}_{10}C_3 = 120$ 通り。赤玉だけを取り出す確率が ${}_6C_3 = 20$ 通り。よって、赤玉だけを取り出す確率は、

$\frac{20}{120} = \frac{1}{6}$ 。よって、 $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ 。最後に 1 から引くのをお忘れなく。



2. 排反事象

1 個のサイコロを投げる試行において、「偶数の目が出る」という事象と「3 の目が出る」という事象は同時には起こらない。このように、同時に起こらない時、2 つの事象を互いに **排反事象** であるという。

3. 独立試行

この概念は少し難しい。というのも、排反事象とは別の概念なのに、似ているからだ。なので、少し納得がいかないかもしれないが、「こういうものだ」としてそのまま受け入れて欲しい。

1 個のサイコロを投げる試行と、1 枚のコインを投げる試行を考えてみよう。サイコロの目の出方と、コインの表裏の出方は、無関係だ。このような試行を **独立試行** という。

そして、独立試行に関しては、以下の定理が成り立つ。

2 つの独立な試行 S と T を行うとき、 S では事象 A が起き、 T では事象 B が起きるとする。2 つの事象 A 、 B がともに起きるとき、その確率は $P(A)P(B)$ である。

超簡単に言うと、排反事象の時は、足し算。独立試行の時は、掛け算である。排反事象は、1 つのモノに対して、「この場合とあの場合」と考えるのに対し、独立試行は、互いの事象に対して、互いが影響を及ぼさないわけだ。こうしてみると、全然違うのだが、受け入れ難いのではないだろうか・・・。

独立試行に関してもう少し説明する。場合の数の章でやった、事象 A が起きて、“かつ”事象 B が起きる確率は $P(A)P(B)$ の、“かつ”の話と同じである。

◇問題

1. 1 から 50 までの番号をつけた 50 枚のカードから 1 枚を取り出すとき、次の事象のうち互いに排反事象であるものはどれとどれか。
 A : 6 の倍数の番号が出る。 B : 偶数の番号が出る。
 C : 7 の倍数の番号が出る。 D : 50 の約数の番号が出る。

2. 10 本のくじがあり、そのうち 2 本が当たりくじである。A 君、B 君、C 君がこの順で 1 本ずつくじを引く。ただし引いたくじは元に戻さないものとする。
(1) このとき、C 君が当たる確率を求めよ。
(2) 3 人のうち少なくとも 1 人が当たる確率を求めよ。