

# 数学 A 第 3 章 図形の性質 No. 1

## 学習のねらい

線分の内分・外分について理解しよう！  
内角または外角の二等分線と比について理解しよう！

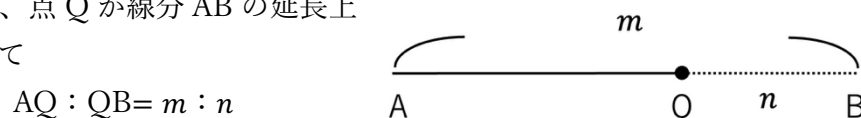
### 1. 内分・外分

$m, n$  を正の数とする。点  $P$  が線分  $AB$  上において



が成り立つとき、点  $P$  は線分  $AB$  を  $m : n$  に内分するという。

また、点  $Q$  が線分  $AB$  の延長上において

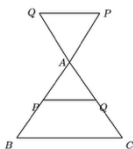


が成り立つとき、点  $Q$  は線分  $AB$  を  $m : n$  に外分するという。このとき、 $m \neq n$  である。

### 2. 角の二等分線と比

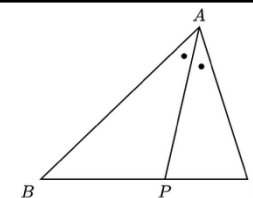
$\triangle ABC$  の辺  $AB, AC$  上に、それぞれ点  $P, Q$  があるとき、次のことが成り立つ。

- 1  $PQ \parallel BC \Leftrightarrow AP : AB = AQ : AC$
- 2  $PQ \parallel BC \Leftrightarrow AP : PB = AQ : QC$
- 3  $PQ \parallel BC \Rightarrow AP : AB = PQ : BC$



三角形の内角の二等分線と比についての定理がある。

$\triangle ABC$  の  $\angle A$  の二等分線と辺  $BC$  との交点  $P$  は、辺  $BC$  を  $AB : AC$  に内分する。  
つまり  $BP : PC = AB : AC$



証明

点  $C$  を通り直線  $AP$  に平行な直線を引き、辺  $AB$  の  $A$  を超える延長との交点を  $D$  とすると、 $AP \parallel DC$  から、

$$\angle BAP = \angle ADC, \angle PAC = \angle ACD$$

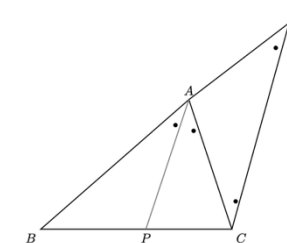
一方、 $\angle BAP = \angle PAC$  であるから

$$\angle ADC = \angle ACD$$

$$\text{よって、} AD = AC \dots \text{①}$$

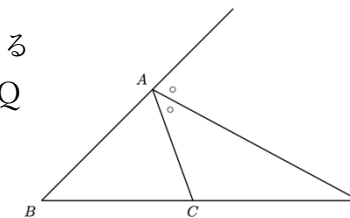
$$\text{また、} AP \parallel DC \text{ であるから } BP : PC = BA : AD \dots \text{②}$$

$$\text{①、②より、} BP : PC = AB : AC$$



三角形の外角の二等分線と比についての定理もある。

$AB \neq AC$  である  $\triangle ABC$  の頂点  $A$  における外角の二等分線と辺  $BC$  の延長との交点  $Q$  は、辺  $BC$  を  $AB : AC$  に外分する。  
つまり  $BQ : QC = AB : AC$



注)  $\triangle ABC$  において、 $AB = AC$  のとき、頂点  $A$  における外角の二等分線と辺  $BC$  は平行になる。

## ◇問題

1.  $PQ=7$ 、 $QR=5$ 、 $RP=3$ である $\triangle PQR$ において、 $\angle P$  およびその外角の二等分線が辺  $QR$  またはその延長と交わる点を、それぞれ  $S$ 、 $T$  とする。次の問いに答えよ。
  - (1)  $QS$  と  $SR$  の比を求めよ。
  - (2)  $QT$  と  $TR$  の比を求めよ。
  - (3)  $ST$  を求めよ。