

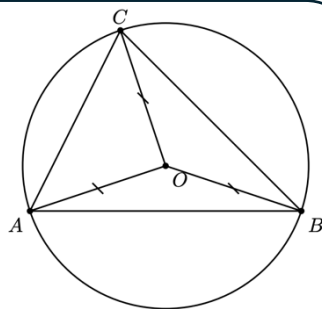
数学 A 第 3 章 図形の性質 No.2

学習のねらい

三角形の五心(外・内・垂・重・傍)について理解して性質を覚えよう！

1. 外心

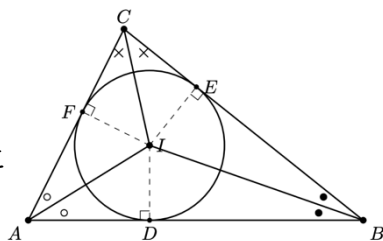
三角形の 3 辺の垂直二等分線は 1 点で交わり、その点は 3 つの頂点から等距離にある。よって点 O を中心として、3 つの頂点を通る円が存在する。この円を三角形の外接円と言い、外接円の中心を外心という。



2. 内心

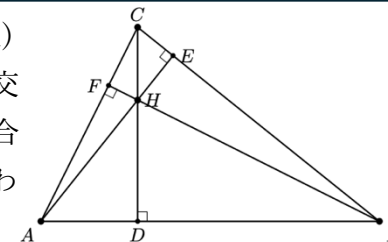
三角形の 3 つの内角の二等分線は 1 点で交わり、その点は 3 辺から等距離にある。つまり $ID=IE=IF$ である。

よって点 I を中心として $\triangle ABC$ の 3 辺に点 D, E, F で接する円が存在する。この円を三角形の内接円と言い、内接円の中心を内心という。三角形の内心は、3 つの内角の二等分線が交わる点である。



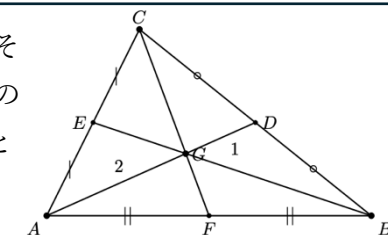
3. 垂心

三角形の各頂点から向かい合う辺(対辺)またはその延長に下ろした垂線は 1 点で交わる。三角形の 3 つの頂点から、向かい合う辺またはその延長に下ろした垂線が交わる点を、三角形の垂心という。



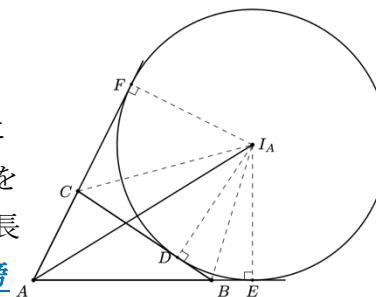
4. 重心

三角形の 3 つの中線は 1 点で交わり、その点は各中線を 2 : 1 に内分する。三角形の 3 本の中線が交わる点を、三角形の重心という。



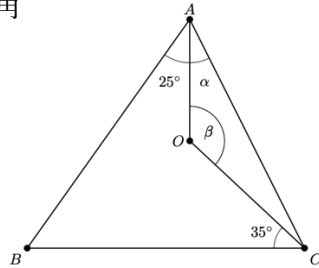
5. 傍心

三角形の 1 つの内角の二等分線と残り 2 つの外角の二等分線は 1 点で交わり、その点は 3 辺またはその延長から等距離にある。つまり点 I_A とすると、3 辺またはその延長に下ろした垂線の長さは等しい。よって点 I_A を中心として、 $\triangle ABC$ の 1 辺と、他 2 辺の延長に接する円が存在する。この円を三角形の傍接円といい、傍接円の中心を傍心という。

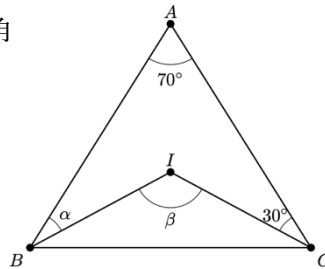


◇問題

1. $\triangle ABC$ の外心を O とするとき、右の図の角 α 、 β を求めよ。



2. $\triangle ABC$ の内心を I とするとき、右の図の角 α 、 β を求めよ。



3. $\triangle ABC$ の垂心を H とする。 $\angle A = 70^\circ$ 、 $\angle B = 50^\circ$ のとき $\angle BHC$ を求めよ。

4. $\triangle ABC$ の重心を G とし、2点 A 、 G から直線 BC に下ろした垂線を、それぞれ AH 、 GK とする。
(1) $AH : GK$ を求めよ。
(2) 面積比 $\triangle ABC : \triangle GBC$ を求めよ。

5. $\triangle ABC$ の傍心を I_A とする。 $\angle B = 60^\circ$ 、 $\angle C = 40^\circ$ のとき、 $\angle BI_A C$ を求めよ。