

# 数学 A 第 3 章 図形の性質 No.4

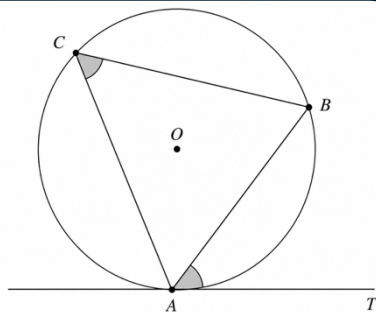
## 学習のねらい

接弦定理と方べきの定理を理解しよう！

### 1. 接弦定理

円の接線と弦の作る角について、次が成り立つ。

円 O の弦 AB と、その端点 A における接線 AT が作る角  $\angle BAT$  は、その角の内部に含まれる弧 AB に対する円周角  $\angle ACB$  に等しい。



証明

$\angle BAT$  が鋭角の場合

円 O の周上に、AD が円 O の直径となるように点 D をとると、  
 $AD \perp AT$ 、 $\angle ABD = 90^\circ$  であるから、

$$\angle BAT = 90^\circ - \angle BAD \quad \angle ADB = 90^\circ - \angle BAD$$

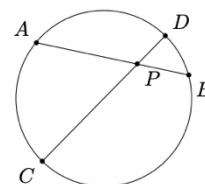
これより  $\angle BAT = \angle ADB$ 。

$\angle ACB$  と  $\angle ADB$  は弧 AB に対する円周角であるから  $\angle ADB = \angle ACB$

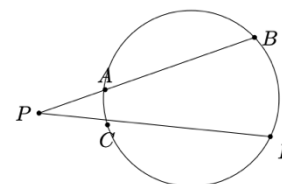
よって、 $\angle BAT = \angle ACB$ 。

### 2. 方べきの定理

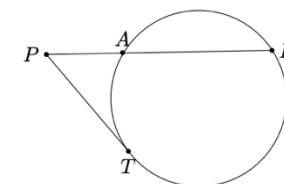
方べきの定理は簡単に言うと、「円と線分の長さの関係」。3 パターンある。



$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$



$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$



$$PA \cdot PB = PT^2$$

証明

左の図のみ証明する

$\triangle PAC$  と  $\triangle PDB$  において

$$\angle APC = \angle DPB \quad \angle PAC = \angle PDB$$

2 組の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle PAC \sim \triangle PDB$$

よって

$$PA : PD = PC : PB$$

ゆえに

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

図形って色々な定理が出てくるから大変だね。

1 個 1 個できるようになっていこう!!!



## ◇問題

1. 円  $O$  の外部の点  $P$  から円  $O$  に接線を引き、その接点を  $A$ 、 $B$  とし、線分  $PB$  の  $B$  を超える延長上に点  $Q$  をとる。また、円  $O$  の周上に点  $C$  を、 $PB$  と  $AC$  が平行になるようにとる。 $\angle APB = 30^\circ$  であるとき、 $\angle CBQ$  の大きさを求めよ。

2. 円に内接する四角形  $ABCD$  があり、 $AB = 10$ 、 $AD = 8$ 、 $\angle BAC = \angle DAC$  である。また、 $AC$  と  $BD$  の交点を  $E$  とすると、 $AE = 4$  である。

(1)  $AC$  の長さを求めよ。

(2)  $BE : ED$  を最も簡単な整数の比で表せ。

(3)  $BD$  の長さを求めよ。