数学 A 第 3 章　図形の性質　No.5

学習のねらい

多面体について理解しよう！

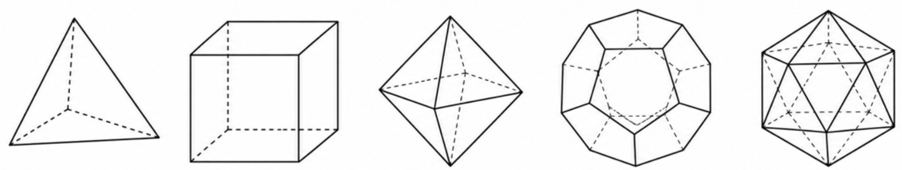
三角柱、四角錐などのように、いくつかの平面で囲まれた立体を多面体といい、へこみのない多面体を凸多面体という。

次の 2 つの条件を満たす多面体を正多面体という。

[1] 各面は全て合同な正多角形である。

[2] 各頂点に集まる面の数は全て等しい。

正多面体は以下の 5 種類しかないことが知られている。



正四面体　正六面体　正八面体　正十二面体　正二十面体

では、面の形・面の数・1 頂点に集まる面の数・頂点の数・辺の数を表にまとめてみよう。

これにて図形終わり！！

次は整数のお話！

立体	面の形	面の数	1 頂点に集まる面の数	頂点の数	辺の数
正四面体	正三角形	4	3	4	6
正六面体	正方形	6	3	8	12
正八面体	正三角形	8	4	6	12
正十二面体	正五角形	12	3	20	30
正二十面体	正三角形	20	5	12	30

実は、とあることが成り立っている・・・。

$$(\text{頂点の数})-(\text{辺の数})+(\text{面の数})=2$$

になっている。

これをオイラーの多面体定理という。

一般に、凸多面体の頂点、辺、面の数を、それぞれv、e、fとすると

$$v-e+f=2$$

が成り立つ。

まず面の数を調べるのは割と簡単。そして頂点の数を調べるのも、まぁ簡単かな？？辺の数を調べるのはマジでだるい。（正四面体・正六面体ならまだ耐えるけど。）

だから、オイラーの多面体定理を使って求めていこう！ってことだ。

◊問題

1.　次の表を完成させよ。

立体	面の数	頂点の数	辺の数
正四面体	4	4	
正六面体	6	8	
正八面体	8	6	
正十二面体	12	20	
正二十面体	20	12	

2.　一辺の長さがaの正四面体 OABC において、点 O から平面 ABC に下ろした垂線の足を H とするとき、次の各問に答えよ。

(1) 底面△ABC の面積S

(2) 高さ OH の長さh

(3) 正四面体 OABC の体積V

(4) 正四面体 OABC の内接球の半径r

(5) 正四面体 OABC の外接球の半径R