数学Ａ 第４章　数学と人間の活動　No.1

学習のねらい

約数と倍数について理解しよう！

素数と素因数分解についての性質を理解しよう！

1.約数と倍数

２つの整数a、bについて、ある整数kを用いて、$a=kb$と表されるとき、bはaの**約数**であるといい、aはbの**倍数**であるという。

2.倍数の判定法

２の倍数	一の位が０、２、４、６、８のいずれか
３の倍数	各位の数の和が３の倍数
４の倍数	下２桁が４の倍数
５の倍数	一の位が０か５
８の倍数	下３桁が８の倍数
９の倍数	各位の数の和が９の倍数
10の倍数	一の位が０

実は、７の倍数の判定法と11の倍数の判定法もあるのだけど、普通に計算した方が早くない？と僕は思っているのと、あんまり使う場面がないので、気になった人はぜひ調べてみてね。

3.素数と素因数分解

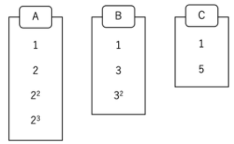
２以上の自然数で、１とそれ自身以外に正の約数を持たない自然数を**素数**という。また、２以上の自然数で、素数でないものを**合成数**という。なお、１は素数でも合成数でもない。また、自然数を素数だけの積の形に表すことを**素因数分解**するという。

4.約数の公式

例) (1) 360の約数の個数を求めよ。　(2) 360の約数の総和を求めよ。

(3) 360の約数を全て掛けた時の値は360^kとなる。kの値を求めよ。

360を素因数分解すると、$360=2^3\times3^2\times5$。



(1) 右の図のように素数それぞれをグループに分けると、Ａから１つ、Ｂから１つ、Ｃから１つずつ選べばそれが自動的に360の約数になるので$4\times3\times2=24$(個)である。

(2) $(1+2+2^2+2^3)(1+3+3^2)(1+5)$を考えると、これを展開したときの項は360の約数となる。よってこれを計算して、$(1+2+2^2+2^3)(1+3+3^2)(1+5)=15\cdot13\cdot6=1170$

(3) 約数のペアを掛け算すると必ず360となる。よって、360のペアの個数乗となるので、$k=24\div2=12$である。

自然数$N=p^aq^br^c\cdots$(p、q、rは異なる素数とする)となるとき、

(約数の個数)$=(1+a)(1+b)(1+c)\cdots$

(約数の総和)$=(1+p+\cdots+p^a)(1+q+\cdots+q^b)(1+r+\cdots+r^c)\cdots$

(約数の総積)$=N^{\frac{約数の個数}{2}}$

◊問題

1.　次の問いに答えよ。

(1) 4 桁の自然数 52□9 が 3 の倍数のとき、□に入る数字を全て求めよ。

(2) $\sqrt{\frac{360}{n}}$が自然数となるような自然数nを全て求めよ。

2.　360 の正の約数のうち偶数であるものの総和を求めよ。

3.　nを自然数とする。$n^2+2n-24$が素数となるようなnを求めよ。

4.　12^nの正の約数の個数が28個であるような自然数nを求めよ。