

数学 A 第 4 章 数学と人間の活動 No. 2

学習のねらい

最大公約数・最小公倍数を理解しよう！
整数の割り算について理解しよう！

1. 最大公約数・最小公倍数

2つ以上の整数に共通な約数を、それらの整数の公約数といい、公約数のうち最大のことを最大公約数という。

例えば、16と9の正の公約数は1だけである。つまり最大公約数は1である。2つの整数の最大公約数が1のとき、これらの整数は互いに素であるという。

また、2つ以上の整数に共通な倍数を、それらの整数の公倍数と言い、公倍数のうち正で最小のことを最小公倍数という。

例) 72と240の最大公約数・最小公倍数を求めよ。

$72 = 2^3 \times 3^2$ $240 = 2^4 \times 3 \times 5$ となる。二つの数のうち、それぞれの指数が小さい方の値を採用すると、

$$2^3 \times 3 = 24$$

となるので、最大公約数は24である。

それぞれの指数が大きい方の値を採用すると、

$$2^4 \times 3^2 \times 5 = 720$$

となるので、最小公倍数は720である。

2. 整数の割り算

割り算の式を

$$a \div b = q \cdots r$$

だと思っている人が多いように思う。しかし…なんていう演算は無い。割り算の本当の式はこれ！！

整数 a と正の整数 b に対して、

$$a = bq + r \quad 0 \leq r < b$$

を満たす整数 q と r がただ1通りに定まる。

$0 \leq r < b$ というのは、 $15 = 6 \times 2 + 3$ のところを $15 = 6 \times 1 + 9$ としないようにしている。これだとピンと来ないかな。 $15 \div 6 = 2 \cdots 3$ だけど、それを $15 \div 6 = 1 \cdots 9$ とはしないでね、って話。

q を、 a を b で割ったときの商、 r を余りという。

実は、今後着目したいのは「余り」について。整数をマスターする上でとても大事なのだ。

整数の話に入ったね！！

いよいよ数学 A の最後の章だよ！！



◇問題

1. 次の数の組の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

(1) 168 252 (2) 84 126 630

2. $25!$ を計算すると、末尾には0が連続して何個並ぶか。

3. a 、 b は整数とする。 a を7で割ると3余り、 b を7で割ると4余る。このとき、次の数を7で割った余りを求めよ。

(1) $a + 2b$ (2) ab (3) a^4